ناڤەرۆك

بۆ قوتابی

پەرتووکا ڕاهێنانان یا هاتیە دارشتن بۆ مەرەما پەیداکرنا ڕاهێنانێن زێدە بۆ قوتابیان، ئەوێن پێدڤی بۆ وان شارازیێن دهەر وانەکێدا فێربووینێ. ئەڤ پەرتووکە یا پێکهاتی ژ بەرپەڕەکی بۆ هەر وانەیەکێ و هەر ڕاهێنانەکا وی بەرپەڕی شارەزاییێن بنەڕەت و بجهئینانان بخۆڤە دگریت، کو قوتابی دویێ وانەییێدا فێربوویێ.

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **1-1**

بۆشاییێ پۆتانی *3-D Coordinate System*

هەر هاوکێشەیەکا هێلی دبۆشاییێ پوتانێدا بنوێنە.

1 $8x + 16y + 4z = 16$

2
$-6x + 8y - 12z = 24$

3 $4x + 3y + 6z = -12$

4 $10x + 15y - 6z = -30$

شیکاربکە

5 دانا هندەك دەستکێن گۆلێن سۆسنان کڕین، بهایێ هەر دەستکەکی 4000 دینار بوو. و هندەك دەستکێن گولێن قەرەنفلان کڕین، بهایێ هەر دەستکەکی 3000 دینار بوو، و هندەك دەستکێن نێرگزان کڕین بهایێ هەر دەستکەکی 2000 دیناربوو. سەرجەمێ پارێ دانایێ بۆ کڕینا گۆلان دایی 24000 دینار بوو:

أ هاوکێشەکێ بۆ نواندنا ڤێ پرسیارێ بنڤیسە. ______________

ب دانایێ دڤیا 3 دەستکێن گۆلێن سۆسنان و دوو دەستکێن نێرگزان ب کێماسی ب هەمان پارەی بکڕیت. چەند دەستکێن قەرەنفلان ب زێدەهی ئەو دشێت بکڕیت. ______________

ج دانا ب وی پارەی 5 دەستکێن نێرگزان و ژمارەکا دەستکێن سۆسنان و هەمان ژمارا دەستکێن قەرەنفلان کڕین. دانا چەند دەستکێن سۆسنان و قەرەنفلان کڕین؟ ______________

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنانان

وانەیا **2-1**

چەندلا *Polygons*

ئەرێ هەر شێوەیەکی ئەندازەی ل خوارێ چەند لایی دنوێنت. هەکەر چەند لا بوو، ناڤێ وی ل دووڤ ژمارا لایان بێژە.

1 **2** **3**

4 هەتا چەند لایەك یی رێك بیت، دڤێت لایێن وی جووت بن، و گوشەیێن وی یەکسان بن. بتنێ ناڤێ وی جۆرێ چەند لای بێژە، ئەوێ دێ رێك بیت هەکەر گۆشەیێن وی جووت بن. ______

دیاربکە ئەرێ هەر چەندلایەك یی رێکە یان نە، پاشی دیاربکە یێ ناڤچالە (قۆپاوە) یان یێ کومدە.

5 **6** **7**

8 سەرجەمێ پیڤانێن گۆشەیێن ژناڤدا یێ (14) لایەکی بهەژمێرە؟

9 پیڤانێن گۆشەیێن ژناڤدا یێ شەش لایێ *ABCDEF* بهەژمێرە؟

10 بهایێ (n) دپێنجلایێ *PQRST* دا بهەژمێرە.

بەری بکارئینانا وزا کارەبێ و هەلمێ، ناعوّر بکاردئینان بۆ پەیداکرنا وزێ بۆ ئامیران. ناعوّرا دەستپێکی پێکدهات ژ زنجیرەکا دۆلکێن لسەر چارچێوەیەکی دانایین و بەشەکی وان دناڤ ئاڤا رووباری دا نقوم دبن. پیلا ئاڤا رووباری بکاردهات بۆ پالدانا دۆلکان و دەوردانا وان ئامیرێن بکاردهاتن بۆ هێرانا دەخل و دانی. چارچێوی ناعوّرا ل وێنەیێ بەرامبەر، شێوەیەکی ئەندازەییە ژ هەشت لایەکی رێك پێکدهێت.

11 پیڤانا گۆشەکا ژناڤدا بۆ ناعوّرێ بهەژمێرە.

12 پیڤانا گۆشەکا ژ دەرڤە بۆ ناعوّرێ بهەژمێرە.

ڕاهێنان

وانەیا **3-1**

هاوڕێژەیا ئەندازەیی *Dilation*

زێڕینگرەکی قالبەك بۆ خشلەکی لسەر شێوەیێ لاکێشە تەریبێ دروستکر. وێنەیێ بەرامبەر هێلکاریێ قالبی بۆ وێ خشلێ دیاردکەت. بکڕەکی داخوازی ژ زێرینگری کر، قالبێ خشلەی بۆ مەزن بکەت.

1 وێنێ قالبێ خشلەی پشتی مەزنکرنێ ب هاوکۆلکێ $\frac{3}{2}$ بکێشە.

2 بکڕ ب خشلەیێ زێرینگری سەرسام بوو، و داخوازا خشلەیەکی دی ب وی شێوەی ب پیڤانەکا بچووکتر ژ زێرنگری کر. وێنەیێن خشلەیێ نوو بکێشە پشتی بچووککرنا خشلەیێ بنەرەت ب هاوکۆلکێ $\frac{1}{2}$.

3 هەردوو سێگۆشە ABC و ADE هاوشێوەنە، رێژەیا هاوشێوەبوونێ و پۆتانێ خالا D بهەژمێرە.

4 هەردوو سێگۆشە PQR و PST هاوشێوەنە، رێژەیا هاوشێوەبوونێ و پۆتانێ خالا S بهەژمێرە.

ناڤ ________________ بەروار ______________ هۆبە ________________

ڕاهێنان

وانەیا **4-1**

ئاراستەبڕ *Vectors*

هەر ئاراستەبڕەکی ب هەردوو پێکهاتێن وی بنڤیسە.

1 $\overrightarrow{PQ}$ ________________

2 $\overrightarrow{EF}$ دەمێ $E(-1, 2)$ و $F(-10, -3)$ ________________

3 ئاراستە برێ خالا دەستپێکا وی $V\langle 7, 3\rangle$ و خالا دوماهیا وی $W\langle 0, -1\rangle$ بیت. ________________

وێنەیێ هەر ئاراستە بڕەکی د رووتەختێ پۆتانی دا بکێشە، درێژیا وی بهەژمێرە، بەرسڤا خۆ بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

4 $\langle 5, 2\rangle$ ________________

5 $\langle -4, -7\rangle$ ________________

6 $\langle 3, -6\rangle$ ________________

وێنەیێ هەر ئاراستە بڕەکی د رووتەختێ پووتانیدا بکێشە، ئاراستەیێ وی بهەژمێرە، بەرسڤا خۆ بۆ نێزیکترین پلە نێزیکبکە.

7 $\langle 4, 6\rangle$ ________________

8 $\langle 3, 2\rangle$ ________________

9 $\langle 7, 2\rangle$ ________________

ل وێنەیێ بەرامبەر ئەڤێن ل خوارێ دیاربکە.

10 ئاراستە برێن یەکسان ________________

11 ئاراستە برێن تەریب ________________

ل پرسیارا (12) ێ، ئاراستەیێ بڕان بۆ نێزیکترین پلە نێزیکبکە. و لەزا وی بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

12 سیڤین ل دووڤ مێژوویا خێزانا خۆ دگەڕیا. نەخشەیەکێ کەڤن دیت کو جهێ خانیێ باپیرێ وی تێدا دیاربوو، و دکەڤتە ژ دەرڤەی وی باژێرێ ئەو تێدا دژیت. ئەوی بریاردا سەرەدانا وی خانیی بکەت. ئەو 3.1km ب ئاراستەیێ باکوور —75° — رۆژهەلات چوو، پاشی دووریا 2.2km ب ئاراستەیێ باکوور چوو. دووری و ئاراستەیێ بهەژمێرە هەکەر سیڤین بەرەڤ خانی ب هێلەکا ڕاست چووبا. ________________

ناو ________________ بەروار ____________ هۆبە ________________

ڕاهێنان

وانەیا 5-1

ڕووبەرێ بازنێ و ڕووبەرێ چەندلایێن ڕێك

Area of circles and regular polygons

پێ π بهەژمێرە:

1 ڕووبەرێ بازنێ

25 m
V

2 ڕووبەرێ بازنێ

H
$4a$ cm

3 چێوێ بازنێ

M
$(x+y)$ cm

4 چێوێ بازنێ

R
1200 km

5 نیڤتیرەیێ بازنەکێ، هەکەر چێوەیێ وێ $2\pi^2$ cm بیت.

6 تیرەیێ بازنەکێ، هەکەر ڕووبەرێ وێ $(x^2+2x+1)\pi$ km^2 بیت.

خوارنگەها کوردستان پیتزاییێن مەزن و ناڤەندی و بچووك پێشکێشی میهڤانان دکەت. بهایێ پیتزایا بچووك 2500 دینارە و یا ناڤەندی 4500 دینارە و یا مەزن 9000 دینارە.

7 هەکەر تیرێ پیتزایا بچووك 20 cm و یا ناڤەندی 24 cm ویا مەزن 30 cm بیت، ڕووبەرێ هەر پیتزایەکێ بهەژمێرە، و بەرسڤێن خو بۆ نێزیکترین دهئێك نێزیکبکە.

8 بهایێ هەر پیتزایەکێ لسەر ڕووبەرێ وێ دابەش بکە، بەرسڤا خو بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

9 جۆرێ ئەوێ پیتزاییێ دیاربکە، کو ئێك سەنتیمەتری دووجایێ وێ ئەرزانترین بها هەبیت. ________________

10 کیژ پیتزایان پترترین فرۆتن دێ هەبیت، جۆرێ مەزن یان دوو پارچەیێن پیتزایان ژ جۆرێ بچووك.

ڕووبەرێ هەر چەندلایەکی بهەژمێرە، بەرسڤا خۆ بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

11

18 cm

12

6 m

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **6-1**

هندەك یاسایێن بۆشاییێ *Formulas in 3 dimensions*

ژمارا سەر و لا و ڕوویێن هەر چەند ڕوویەکی ل خوارێ بهەژمێرە، ئەو ئەنجامێن بدەست تە کەفتین، بۆ ساخکرنا یاسایا ئویلەر بکاربینە.

1

2

____

بهەژمێرە و بەرسڤێ بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

3 درێژیا لایێ شەش پالوویەکێ، هەکەر تیرێ وێ 9 m بیت. ______________

4 تیرێ پوازکەکا وەستاوا بنکە لاکێشەی، هەکەر دوورییێن وێ 15 mm، 20 mm، 8 mm بن. ______________

5 درێژیا پوازکەکا وەستاوە بنکە لاکێشەی، هەکەر پانیا وێ 2 m و بلنداهیا وێ 18 m و تیرێ وێ 21 m بن . ______________

وێنەی بکێشە

6 پوازکەکا وەستاو بنکێ وی چارگۆشەی. هەکەر درێژیا لایەکی بنکێ وێ 4 یەکە و بلنداهی 2 یەکە بیت و سەرەکی وێ بکەڤیتە سەر خالا بنەڕەت (0 ، 0 ، 0).

7 قووچەکەکا وەستاو، هەکەر تیرێ بنکێ وێ 6 یەکە و بلنداهی 3 یەکە بیت، و چەقێ بنکێ وێ بکەڤیتە سەر خالا بنەڕەت (0 ، 0 ، 0).

ل هەردوو پرسیارێن ل خوارێ، دووریا ناڤبەرا هەردوو خالان بهەژمێرە، پۆتانێ خالا ناڤەراستا وی پارچەراستەهێلی ب هەردوو خالان سنووردای بهەژمێرە، بەرسڤێ بۆ نێزیکترین دەهئێك نێزیکبکە.

8 (1, 10, 3) و (5, 5, 5)

____

9 (−8, 0, 11) و (2,-6,-17)

____

ڕاهێنان

وانەیا **7-1**

گۆ (تەپە) *Sphere*

پێ π بژمێرە:

1 قەبارەیێ نیڤ گۆییێ.

18cm

2 قەبارەیێ گۆییێ.

26cm

3 تیرەیێ گۆیەکێ، هەکەر قەبارێ وێ $\frac{500\pi}{3}\ m^3$ بیت.

4 وێنەیێ بەرامبەر نیڤا پرتەقالەکێ دنوێنت. هەکەر درێژیا وی نیڤترەیێ ژ چەقێ پرتەقالێ دەستپێدکەت بۆ ژ دەرڤەی تیڤلی $5\ cm$ بیت و درێژیا وی نیڤتیرەیێ ژ چەقێ پرتەقالێ دەستپێدکەت بۆ ژ ناڤدای تیڤلی $4\ cm$ بیت. ئەو بەشێ پرتەقالێ، ئەوێ بکێر خوارنێ دهێت دابەشکرن بۆ 12 بەشێن یەکسان. قەبارێ نیڤ پرتەقالێ و قەبارێ بەشەکی بکێر خوارنێ دهێت بهەژمێرە.

پێ π بهەژمێرە:

5 ڕووبەرێ ڕوویێ گۆییێ.

$A = 121\pi\ cm^2$

6 ڕووبەرێ ڕوویێ گۆییێ یێ گرتی و ڕووبەرێ بنکی بازنەی.

8 m

7 قەبارێ گۆیەکێ، هەکەر ڕووبەرێ ڕوویێ وێ $196\pi\ km^2$ بیت.

کارتێکرنا هەر گۆهۆرینەکێ لسەر پیڤانێن دیارکری چییە؟

8 ڕووبەرێ ڕوویێ گۆییێ ل دابەشکرنا. نیڤتیرەیێ وێ لسەر (4)ێ.

15km

9 قەبارێ گۆییێ پشتی لێکدانا تیرەیێ وێ ل $\frac{2}{5}$.

36m

قەبارە و ڕووبەرێ گشتی بۆ هەر تەنەکی ئاوێتە هەژماربکە.

بەرسڤا خۆ بۆ نێزیکترین دەهێك نێزیکبکە.

10

3cm

3cm

5cm

11

$2\sqrt{34}$ cm

6 cm

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا **8-1**

کەرتێن بازنەی و کڤانە Sectors and arcs

ڕووبەرێ هەر کەرتەکی بازنەی پێ π بهەژمێرە. بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدی نێزیکبکە.

1 کەرتێ بازنەیBAC . ________

2 کەرتێ بازنەی UTV . ________

3 کەرتێ بازنەی KJL . ________

4 کەرتێ بازنەیFEG . ________

5 درێژیا میلێ ژمێرکارێ «عداد» لەزا ترومبێلا نەوزاد6 cm. هەکەر لەزا وێ ژ سفرێ بۆ $60\ km/h$ زێدەبکەت. میلێ ژمێرکارێ ب شێوەیەکی دلڤیت کو کەرتەکی بازنەیی پێکدهینت و گۆشەیا وێ 30^o یە. ڕووبەرێ وی کەرتێ بازنەی بهەژمێرە، و بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ نێزیکبکە.

ڕووبەرێ هەر پارچە بازنەکێ بهەژمێرە، و بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ نێزیکبکە.

6 ________

7 ________

8 ________

9 ________

درێژیا کڤانەکی پێ π بهەژمێرە و بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدی نێزیکبکە:

10

11

12 کڤانەکی پیڤانا وی 45^o بیت دبازنەکێدا. هەکەر نیڤتیرەیێ بازنێ2 m بیت. ________

13 کڤانەکی پیڤانا وی 120^o بیت دبازنەکێدا. هەکەر نیڤتیرەیێ بازنێ15 mm بیت. ________

ناف ____________ بەروار ____________ هۆبە ____________

راهێنان

وانەیا **1-2**

لاسەنگەیێن هێلی ب دوو نەزانراوان

Linear inequalities in two unknowns

هەر لاسەنگەیەکێ ب وێنەیێ روونکرنێ شیکاربکە.

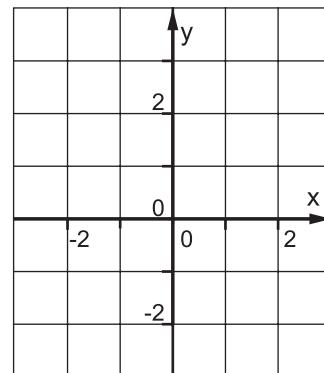
1 $y < x + 2$

2 $y \geq 3x - 5$

ئەوێ لاسەنگەیێ بنڤیسە کو y ساخدکەت. لاسەنگەیا ب دەست کەفتی ب وێنەیێ روونکرنێ شیکاربکە.

3 $-2(3x + 2y - 3) \geq 12$

4 $\frac{-x}{5} + \frac{2y}{3} > 0$

شیکاربکە

5 سالار خۆ بەخشبوو بۆ فرۆتنا کارتێن کارەکی خێرخوازیێ، بهایێ ئێك کارتێ 2000 دیناربوو، و بهایێ سێ کارتان پێکڤە 5000 دینار بوو، ئارمانجا سالاری ئەو بوو کو فرۆتنێن وێ نەکێمتر بیت ژ 250 000 دیناران.

أ x بکاربینە بۆ ژمارا ئەوان کارتێن کت ب 2000 دیناران بفرۆشیت بۆ هەر کارتەکێ. y بکاربینە بۆ ژمارا ئەوان کارتێن پێکڤە (3) کارتان بفروشیت ب 5000 دیناران. بۆ هەر کومەلەکا کارتان. لاسەنگەیەکێ بنڤیسە ژمارا هەموو کارتێن دڤێت سالار بفرۆشت بنوێنت دا ئارمانجا وی بجهبیت. لاسەنگەیا ب دەست دکەڤیت ب وێنەیێ روونکرنێ شیکاربکە.

ب سالاری 75 کارتێن کت فرۆتن بهایێ هەر ئێکێ 2000 دیناربوو. کێمترین ژمارا ئەوان کارتێن ب کۆمەلا 3 کارتان پێکڤە دڤێت سالار بفروشت چەندە دا ئارمانجا وی بجهببیت.

ناڤ ______________________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **2-2**

سامپلێن هێلی *Linear models*

50 y

25

y=2.4x+10.8

x

0

0 ڕۆژەكان 25

ژمارەی سەردانكەران

شیكاربكە:

1 كاروانی سایتەك لسەر ئینتەرنێتێ بۆ تیپا وەرزشێ یا قوتابخانا خو دروست كر، ئەڤ سایتە ژمیركارەك تێدا هەیە كو ژمارا سەردانكەرێن سایتی ئامار دكەت. ئەڤ خشتە ژمارا سەردانكەرێن سایتی ل دوو حەفتیێن ئێكێ دیاردكەت. پێداییێن خشتەی ب وێنەیێ روونكرنێ بنوینە، ژمارا رۆژان وەك گۆڕاوەكی سەربەخو بكاربینە، باشترین راستەهێلێ نواندنێ بۆ ڤان پێداییان بكێشە و هاوكێشەیا وی بنڤیسە.

سایتێ ئەلیكترونی یێ قوتابخانێ														
رۆژ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ژمارا سەردانكەران	5	10	21	24	28	36	33	21	27	40	46	50	31	38

---

2 سەیرانێ بڕیاردا ئەلبوومەكێ بۆ وێنەیێن جیاییێن دهوك رێكبێخت، وێنەیێن جیایان گرتن، ووێنەیێن هەر رۆژەكی ئێخستنە دناڤ كارتەكا ئەلیكترونی یا جیاوازدا. پاشی ژمارەیەكا وێنەیان ژێبرن. وێێن باش هێلان. خشتەی بەرامبەر ژمارا وان وێنەیێن سەیرانێ لسەر كارتێن ئەلیكترونی پارستین دیاردكەت.

أ بژمێرا روونكرنێ بكاربینە بۆ نواندنا پێداییێن خشتەی. ژمارا وێنەیێن هاتینە گرتن وەك گۆڕاوەكی سەربەخۆ بكاربینە.

ب هاوكۆلكێ پەیوەست بهەژمێرە.

ج هاوكێشەیا راستەهێلی باشترین نواندن بنڤیسە.

د ژمارا وان وێنەیێن سەیرانێ پاراستین بخەملینە، هەكەر 200 وێنە گرتبن.

ژمارە وێنەیان	
وێنەیێن گرتین	وێنەیێن باراستین
117	25
128	31
140	39
157	52
110	21
188	45
170	42

3 پەیوەندی لناڤبەرا لاریێ راستەهێلی و هاوكۆلكێ پێكڤەگریدانێ چییە؟

ڕاهێنان

وانەیا **3-2**

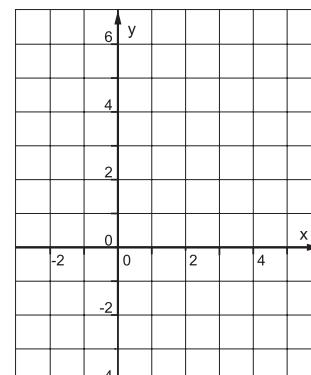
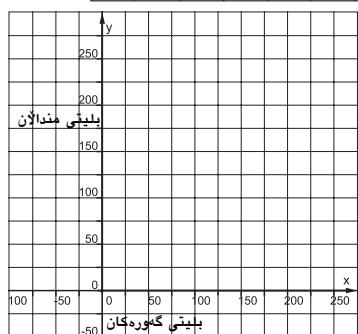
سیستەمێن لاسەنگەییێن هێلی: *System of linear inequalities*

هەر سیستەمەکی لاسەنگەیا هێلی ب وێنەییٛ روونکرنیٛ شیکاربکە.

1 $\begin{cases} y \le 3x - 5 \\ y < -\frac{1}{2}x + 4 \end{cases}$

2 $\begin{cases} y < x + 5 \\ y \ge 4x - 2 \end{cases}$

هەر سیستەمەکی لاسەنگەیا هێلی ب وێنەییٛ روونکرنیٛ شیکاربکە.
ئەوی شێوەییٛ ئەندازەی کو دەڤەرا شیکاریٛ دنوێنیت پۆلینبکە:

3 $\begin{cases} x \le 2 \\ y \ge -3 \\ y \le 2x + 2 \\ y \ge 2x - 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} y \le -x + 4 \\ y \le 3 \\ y \ge 0 \\ y \ge -2x - 1 \end{cases}$

شیکاربکە:

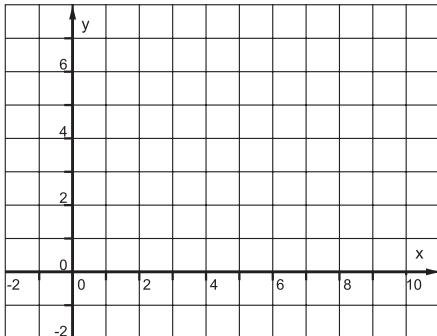
5 یانەیا رەوشەنبیریا سلێمانییێ ئاهەنگەکا مۆزیکیٛ سازکر، پلێتا چۆنا ژووریٛ ب 8000 دیناران بۆ مەزنان و ب 4000 دیناران بۆ زارۆکان دفروشت. یانەییٛ دڤێت بکێماسی ئێك ملیۆن دینار بۆ دابینکرنا پێدڤیێن خۆ کۆمبکەت. شانۆیا یانەییٛ جهێن 250 کەسان بخۆڤە دگرت. سیستەمەکی لاسەنگەیێن هێلی بنڤیسە کو بشێن بکاربینن بۆ دیارکرنا ژمارا پلیتێن یانە ژ هەر جۆرەکی بفرۆشت بۆ بجهئینانا ئارمانجیٛ ویٛ. پاشی وی سیستەمی ب وێنەییٛ روونکرنیٛ شیکاربکە.

ڕاهێنان

وانەیا **4-2**

پرۆگرامێ هێلی *Linear programming*

بهایێن x و y دیاربکە، کو وەسا دکەن نەخشەیا بمفا مەزنترین یان بچووکترین بەها هەبیت.

1 مەزنترین بەها بۆ $P = 5x + 2y$

ب ڤان مەرجان
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \leq -x + 10 \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

____

2 بچووکترین بەها بۆ $P = 4x + 6y$

ب ڤان مەرجان
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ y \geq 1 \\ y \geq -x + 4 \end{cases}$$

____

شیکاربکە.

3 دوکاندارەکی هندەك سندۆقێن شەربەتا هنار و سیڤان کڕی، سندۆقا شەربەتا هناران 20 قۆتی تیدا هەنە و سندۆقاشەربەتا سیڤان 24 قوتی تێدا هەنە. بهایێ کڕینا سندۆقەکا شەربەتا هناران 30000 دینارن و مفایێ وێ (قازانج) 17000 دینارن. و بهایێ کڕینا سندۆقەکا شەربەتا سیڤان 26000 دینارن و مفایێ وێ 15000 دینارن، ژمارا قوتیێن دوکانداری ژ هەردوو جۆران کڕین زێدەتر نەبیت ژ 300 قوتیان. و بهایێ کڕینێ زێدەتر نەبیت ژ 40000 دیناران.

أ مەرجێن پرسیارێ بنڤیسە. x بۆ ژمارا سندوقێن شەربەتا هناران و y بۆ ژمارا سندوقێن شەربەتا سیڤان بکاربینە.

ب وان مەرجان ب وێنەیێ روونکرنێ بنوێنە.

ج نەخشەیا بمفا بۆ نواندنا قازانجی بنڤیسە؟

د ژمارا سندوقێن شەربەتا هناران و شەربەتا سیڤان چەندە، کو پترترین مفای [قازانج] دابیندکەت؟

____

ناڤ ______________________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **5-2**

سیستەمێ هێلی ب سێ نەزانراوان

Linear Systems in 3 unknowns

ڕێیا لادانێ بۆ شیکارکرنا ڤان سیستەمێن ل خوارێ بکاربینە.

1 $\left.\begin{aligned} x+y-2z&=10\\ 8x-9y-z&=5\\ 3x+4y+2z&=-10 \end{aligned}\right\}$

2 $\left.\begin{aligned} 6x+3y+4z&=3\\ x+2y+z&=3\\ 2x-y+2z&=1 \end{aligned}\right\}$

3 $\left.\begin{aligned} x+y+z&=0\\ x-y+z&=14\\ x-y-z&=16 \end{aligned}\right\}$

4 $\left.\begin{aligned} 8x+3y-6z&=4\\ x-2y-z&=2\\ 4x+y-2z&=-4 \end{aligned}\right\}$

5 $\left.\begin{aligned} 2x-y-z&=1\\ 3x+2y+2z&=12\\ x-y+z&=9 \end{aligned}\right\}$

6 $\left.\begin{aligned} 2x-y+3z&=7\\ 5x-4y-2z&=3\\ 3x+3y+2z&=-8 \end{aligned}\right\}$

هەر سیستەمەکی پۆلینبکە. دیاربکە ئەرێ شیکار هەنە یان شیکار ستەمە. ژمارا شیکاران دیاربکە.

7 $\left.\begin{aligned} 2x-6y+4z&=3\\ -3x+9y-6z&=-3\\ 5x-15y+10z&=5 \end{aligned}\right\}$

8 $\left.\begin{aligned} -4x+2y+2z&=-2\\ 2x-y-z&=1\\ x+y+z&=2 \end{aligned}\right\}$

شیکاربکە.

9 ل بازێڕێ یارییان، ئاراس دوو پلیتێن شین و پلێتەکا زەر و 3 پلیتێن سۆر برن، سەرجەمێ خالێن وی 1500 خالن، و زریان پلێتەکا شین و دوو پلێتێن زەر و دوو پلێتێن سۆر برن، سەرجەمێ خالێن وی 1225 خالن، لێ سکالای دوو پلیتێن شین و 3 پلیتێن زەر و پلێتەکا سۆر برن، سەرجەمێ خالێن وی 1200 خالن، سیستەمێ هاوکێشەیان بنڤیسە و شیکاربکە، بۆ دیارکرنا خالێن هەر پلێتەکێ.

ناڤ ______________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **6-2**

پیڤەرێن ئامارەی *Statistical measurments*

ناڤەندێ ژمارەی و ناڤەڕاست و باو بۆ هەر کۆمەلەکا پێداییان بهەژمێرە.

1 $\{12, 11, 17, 3, 9, 14, 16, 2\}$

أ ناڤەندێ ژمارەیی ______________

ب باو ______________

ج ناڤەڕاست ______________

2 $\{6, 9, 9, 20, 4, 5, 9, 13, 10, 1\}$

أ ناڤەندێ ژمارەی ______________

ب باو ______________

ج ناڤەڕاست ______________

رووئکرنا سمبێلی بۆ ڤان پێداییان دروستبکە. مەزنترین بەها و بچووکترین بەها و ناڤەڕاست و چوارێکێ ئێکی و چوارێکێ سێیێ بهەژمێرە.

3 $\{3, 7, 7, 3, 10, 1, 6, 6\}$

____

4 $\{1, 2, 3, 5, 3, 5, 8, 2\}$

____

لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی بهەژمێرە.

5 $\{7, 4, 3, 9, 2\}$

____

6 $\{35, 67, 21, 16, 24, 51, 18, 32\}$

____

7 $\{19, 23, 17, 20, 25, 19, 15, 22\}$

____

8 $\{5, 12, 10, 13, 8, 11, 15, 12\}$

____

شیکاربکە.

9 ئەڤ خشتەیێ ل خوارێ بەلاڤ بوونا ئەگەرێ بۆ برین باران بارینێ ل مەها گۆلانێ ل باژێرەکی دیاردکەت. بەهایێ پێشبینکری بۆ برێ وێ بارانا دباریت بهەژمێرە.

بڕێ بارانێ ب سەنتێمەتران	5	6	7	8
ئەگەر	0.05	0.10	0.64	0.21

10 زانایەکی زیندەزانی جۆرەکی بەکتریا چاند. و ژمارا وان خۆلەکێن پێدڤی بۆ دوو جارانی بوونا ژمارا بەکتریان ل هەر جارەکێ تۆمارکر: 41 خۆلەك، 45 خۆلەك، 39 خۆلەك، 42 خۆلەك، 83 خۆلەك، 88 خۆلەك، 43 خۆلەك، 40 خۆلەك، 44 خۆلەك، 39 خۆلەك، 42 خۆلەك، 40 خۆلەك.

أ ناڤەندێ ژمارەی بۆ وان پێداییان بهەژمێرە.

ب لادانێ پیڤانەی بهەژمێرە.

ج بەهایێن پەرگر دیاربکە.

د کارتێکرنا هەر بەهایەکی پەرگر لسەر ناڤەندێ ژمارەی و لادانێ پیڤانەی دیاربکە.

ناو ________________ بەروار ____________ هۆبە ________________

ڕاهێنان

وانەیا **7-2**

ڤەکریێ ڕادەداریێ دووانی *Binomial Distribution*

سەلمیزاوا ڤەکریێ رادەداریێ دووانی بکاربینە بۆ ڤەکرنا هەر رادەدارەکی دووانی.

1 $(x+y)^3$

2 $(2x+y)^4$

3 $(m+3n)^3$

4 $(p+q)^5$

شیکاربکە.

5 پیشانگەهەکێ ترومبێلێن ژ رەنگێ جۆرا و جۆر هەنە. دناڤ شەش ترومبێلاندا ئێك ترومبێل ژ رەنگێ سپی هەیە ئەڤرۆ پێشانگەهێ 4 ترومبێل فرۆتن.

أ ئەگەرا رەنگێ 3 ترومبێلان ژ وان یا سپی بیت چەندە؟

ب ئەگەرا بکێماسی ڕەنگێ دوو ترومبێلێن فرۆتین یێن سپی بن چەندە؟

6 $\frac{1}{3}$ ژ قوتابیێن کولیژەکێ رووەکینە «گۆشتی ناخۆن». 5 قوتابی خوارنێ ل خوارنگەها کولێژێ دخون.

أ ئەگەرا ئەو هەر پێنچ قوتابیێن رووەکی بن چەندە؟

ب ئەگەرا بتنێ ئێك ژ وان قوتابیان یێ رووەکی بیت چەندە؟

7 سۆزان 8 پلێتێن یانسیبی کرین، دەرفەتا برنا هەر پلێتەکێ بۆ قازانجی $\frac{1}{3}$. ئەگەرا نیڤا وان پلیتێن کرین ببەن چەندە؟

8 کارزانی 10 پلێتێن چانسی [یا نەسیبی] کرین. دەلیڤا برنا هەر پلێتەکێ بۆ قازانجی $\frac{1}{10}$، ئەگەرا برنا ڤێ دەلیڤێ بکێماسی بۆ ئێك پلیتێ چەندە؟

ڕاهێنان

وانەی **1-3**

ڕێزکری *Matrices*

ئەڤ خشتە خەرجیا چوونا ژۆرێ بۆ جهێن خۆشیێ دیاردکەت.

لیستە بهایان				
ماوە	ئێک رۆژ	دوو رۆژ	سێ رۆژ	پێنج رۆژ
پێشانگەها گۆلان	4 000 دینار	7 500 دینار	10 000دینار	12 500دینار
مۆزەخانە	7 000 دینار	9 500 دینار	12 000دینار	14 000دینار
باخچێ ئاژەلان	8 000 دینار	10500دینار	13 000دینار	15 000دینار

1 پێداییان ب شێوەیێ ڕێزکریێ P بنڤیسە.

2 جۆرێ ڕێزکری P چییە؟

3 بەهایێ دانەیێ P_{31} چەندە؟ چ دنوێنت؟

4 ناف و نیشانێ 12 000 چییە؟ ________

5 برەکی بنڤیسە کو ڕێزکریێ خەرجیا چوونا ژۆرا خێزانەکا چار کەسی بۆ جهێن لسەری دیارکری بنوێنیت.

____

ڤان ڕێزکرییێن ل خوارێ بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 6 هەتا 8 بکاربینە، هەکەر دشیاندا بوو کۆمبکە یان ژ ئێکودوو دەربکە.

$$R=\begin{bmatrix}4 & 12\\ 0 & -6\\ 9 & 15\end{bmatrix}\qquad S=\begin{bmatrix}-3 & 9 & 2\\ 10 & -5 & 4\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}\qquad T=\begin{bmatrix}-5 & 9\\ -3 & 6\\ 10 & 5\end{bmatrix}$$

6 $S-R$ ________

7 $T+R$ ________

8 $R-T$ ________

ڤان هەردوو ڕێزکرییان بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 9 هەتا 11 بکاربینە برێ بهەژمێرە هەکەر یا دشیان دابوو.

$$Y=\begin{bmatrix}-6 & 4 & 10 & 8\\ 13 & 6 & 0 & -2\end{bmatrix}\qquad X=\begin{bmatrix}5 & -2 & 0 & 9\\ 4 & 16 & -5 & 6\end{bmatrix}$$

9 $3X$ ________

10 $3Y+4X$ ________

11 $3X-2Y$ ________

شیکاربکە.

12 هەکەر $E=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 5 & 4\end{bmatrix}$ و $E+F=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$، F بهەژمێرە. ________

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا **2-3**

لێکدانا ڕێزکرییان *Multiplying Matrices*

ئەرێ لێکدانا ڤان هەردوو ڕێزکریین ل خوارێ یا دشیاندایە؟ هەکەر بەرسڤا تە «بەلێ» بوو، پلەیا (جۆرێ) ئەنجامێ لێکدانێ دیاربکە.

1 $P_{3\times3}$ و $Q_{3\times4}$: PQ

2 $R_{3\times8}$ و $S_{4\times3}$: SR

3 $W_{2\times5}$ و $X_{2\times5}$: WX

ڤان ڕێزکرییان بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 4 هەتا 7 بکاربینە برێ بهەژمێرە، هەکەر یا دشیاندابوو.

$$H=\begin{bmatrix}1 & -2 & -1 & 3\\ 2 & 0 & 4 & -1\\ 3 & 5 & -2 & 2\\ 1 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix}\quad G=\begin{bmatrix}-4 & 0 & 3 & 5\\ 1 & -2 & 0 & 0\end{bmatrix}\quad F=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 4 & -3\\ -2 & 6\\ -1 & 5\end{bmatrix}\quad E=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ -2 & 2\end{bmatrix}$$

4 EG

5 HF

6 FG

7 E^2

شیکاربکە.

8 سەرجۆن و خەسرەو و ئاری بەشداری ل یارییا تەپا سەبەتێ کرن. خشتەیێ بەرامبەر ژمارا گۆلێن سێ خالی و دووخالی و ئێك خالی کو هەر ئێکی ژ وان تومارکرین دیاردکەت.

سەرجەمێ خالێن هەر ئێك ژ وان تۆمارکرین بهەژمێرە.

بەرسڤ			
یاریزان	ئێك خال	دوو خال	سێ خال
سەرجۆن	3	2	0
خەسرەو	2	4	0
ئاری	0	1	3

خالێن هەر جورەکی	
جۆر	خال
یەکی	1
دووانی	2
سێیانی	3

أ ڕێزکریەکێ پێکبینە، پێداییێن هەر خشتەکی بنوێنیت.

ب هەردوو ڕێزکرییان لێکبدە.

ج هەر یاریزانەکی چەند خال تۆمارکرن؟

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا 3-3

ڕێزکری و جهگۆهۆرکێن ئەندازەی
Matrices and Geometric Transformation

سەرێن سێگۆشەیا JKL : ئەڤەنە $J(-3, 1)$، $K(2, 2)$ ، $L(1, -2)$.

ژ پرسیارا 1 هەتا 4 ڕێزکریێ بکاربینە بۆ جهگۆهۆرکیا سێگۆشەیا JKL .
پۆوتانێن سەرێن وێنەیێ سێگۆشەی بهەژمێرە:

1 ڕاکێشان 5 یەکەیان بۆ لایێ ڕاستێ و 6 یەکەیان بۆ خوارێ.

2 ڕاکێشان 2 یەکەیان بۆ لایێ چەپێ و 4 یەکەیان بەرەڤ سەرێ.

3 مەزنکرن ب هاوکۆلکێ 7 .

4 بچووککرن ب هاوکۆلکێ 0.25 .

وێنەدانەوە یان دەوردانێ بکاربینە بۆ جهگۆهۆرکیا سێگۆشەیا ABC، هەکەر $A(-2, 1)$، $B(-1, 4)$، $C(2, 2)$ بن. پۆوتانێن سەرێن وێنەیێ سێگۆشەیێ بهەژمێرە. بەحسێ جهگۆهۆرکیان بکە:-

5 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

6 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

7 $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

8 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

شیکاربکە.

9 أ کلارێ شێوەیەکی ئەندازەی پێکئینا، کو سەرێن وی $H(-3, -2)$ ، $O(-3, 3)$ ، $U(0, 5)$، $S(3, 3)$ ، $E(3, -2)$ بوو، دا وەك شێوازەك بکاربینت ل دەمێ کێتێ خو چێدکەت. ڕێزکرییەکی بنڤیسە ئەوی شێوەیێ ئەندازەیی بنوینیت.

ب کلارێ دڤێت شێوەی مەزنبکەت ب هاوکۆلکێ 5 . بەحسێ ڕێیەکێ بکە چێدبیت ئەو بکاربینت بۆ وێ مەبەستێ.

ج پۆوتانێن سەرێن شێوەی پشتی مەزنکرنێ دیاربکە؟

E' ________ S' ________ U' ________ O' ________ H' ________

ناڤ ______________________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **4-3**

سنووردار و ڕێسایا گرامەر *Determinants and Cramer's rule*

سنووردارێ هەر ڕێزکرییەکی بهەژمێرە.

1 $\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

2 $\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

4 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$

5 $\begin{bmatrix} 0 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

6 $\begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

ڕێسایا گرامەر بکاربینە بۆ شیکارکرنا هەر سیستەمەکی هاوکێشەیان.

7 $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$

8 $\begin{cases} 4x-3y=9 \\ 3x+2y=28 \end{cases}$

9 $\begin{cases} 8x-3y=20 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$

10 $\begin{cases} 4y=-5x+33 \\ 2y=3x-11 \end{cases}$

11 $\begin{cases} 27+4y=3x \\ y=\frac{1}{3}x-8 \end{cases}$

12 $\begin{cases} 7-5y+4x=0 \\ 16-2y-5x=0 \end{cases}$

شیکاریکە.

13 ڕۆناك ل باغچێ زارۆکان و پاقژکرنا مالان کاردکەت. ڕۆژا دووشەمبێ 4 دەمژمێران داینکینیا زارۆکەکی کر و 2 دەمژمێران مال پاقژکر، و 41000 دینار وەرگرتن. ل ڕۆژا ئەینیێ 5 دەمژمێران داینکینیا زارۆکەکی کر، و 3 دەمژماران مال پاقژکر. 55000 دینار وەرگرتن.

أ سیستەمێ هاوکێشەیان بنڤیسە.

x بۆ کرێیا ئێك دەمژمێرێ ل باغچێ زارۆکان بکاربینە

و y بو کرێیا ئێك دەمژمێرێ ل پاقژکرنا مالێ بکاربینە. ______________

ب ڕێزکریێ هاوکۆلکان بنڤیسە و سنووردارێ وی بهەژمێرە. ______________

ج ڕێسایا گرامەر بکاربینە بۆ هەژمارتنا x و y. ______________

د کرییا ئێك دەمژمێرێ چەندە بۆ هەر کارەکی ڕۆناك پێ ڕادبیت؟ ______________

ناڤ ____________ بەروار ____________ هۆبە ____________

ڕاهێنان

وانەیا 5-3

هەلگەڕاوێ ڕێزکری Matrix Inverse

دیاربکە کیژ هەردوو ڕیزکرییێن ل خوارێ هەلگەڕاوێ ئێکودوونە؟.

1 $\begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

2 $\begin{bmatrix} -0.6 & -0.8 \\ -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

هەلگەڕاوێ هەر ڕێزکرییەکێ بهەژمێرە هەکەر دشیاندا بوو.

4 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

5 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

6 $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$

7 $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

8 $\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$

9 $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

هەر سیستەمەکی ب شێوەیێ ڕێزکری بنڤیسە، پاشی شیکاربکە.

10 $\begin{cases} 3x+2y=-5 \\ 4x+3y=-9 \end{cases}$

11 $\begin{cases} -6x+4y=8 \\ 5x-3y=-5 \end{cases}$

12 $\begin{cases} 4x+5y=0 \\ 5x+3y=13 \end{cases}$

13 $\begin{cases} 5x-3y=8 \\ 6x-5y=4 \end{cases}$

شیکاربکە.

14 هێمن 39 000 دینار دان بۆ بهایێ 3 kg شیرینەهیی و 2 kg گویزان. لێ دلمان 23 000 دینار دان بۆ بهایێ 2 kg شیرینەهی و 1 kg گویزان.

أ سیستەمێ هاوکێشەیان بنڤیسە، x بۆ بهایێ ئێك kg شرینەهیێ، و y بۆ بهایێ ئێك kg گویزان بکاربینە.

ب سیستەمی ب شێوەی ڕێزکرییەکی بنڤیسە، پاشی شیکاربکە.

ناڤ ________________ بەروار __________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **6-3**

ژمارەیێن ئاویتە *Complex Numbers*

هەر ژمارەیەکێ پێ i بنڤیسە.

1 $\sqrt{-32}$

2 $2\sqrt{-18}$

3 $\sqrt{-\frac{1}{9}}$

هەر هاوکێشەیەکێ شیکاربکە.

4 $3x^2 + 81 = 0$

5 $4x^2 = -28$

6 $\frac{1}{4}x^2 + 12 = 0$

7 $6x^2 = -126$

بەهایێ x و y بهەژمێرە ئەوێن هەر هاوکێشەیەکێ ساخدکەن.

8 $2x - 20i = 8 - (4y)i$

9 $5i - 6x = (10y)i + 2$

سفرێن هەر نەخشەیەکێ بهەژمێرە.

10 $f(x) = x^2 - 2x + 4$

11 $g(x) = x^2 + 6x + 14$

ئاولێ هەر ژمارەیەکا ئاوێتە بهەژمێرە.

12 $i - 3$

13 $3i - 4$

14 $11i$

شیکاربکە.

15 بەرگرێ گشتی یێ زڤرۆکا (دائرة) کارەبێ، دبیتە بەرگرێ ئەوێ تەزوویا کارەبێ ئەوا تێرا دبۆریت، زڤرۆکا کارەبێ ب شێوەیەکی هاتیە دروستکرن کو بەرگرێ وێ یێ گشتی سفرەك بیت ژ سفرێ نەخشەیا $f(x) = 2x^2 - 12x + 40$. سفرێن ئەڤێ نەخشەیێ بهەژمێرە.

ناڤ ________________ بەروار ______________ هۆبە ________________

ڕاهێنان

وانەیا **7-3**

کردار لسەر ژمارەیێن ئاویتە — *Operations with complex numbers*

هەر ژمارەیەکا ئاویتە ب وێنەیێ رونکرنێ بنوێنە.

1 -6

2 $4i$

3 $6+7i$

4 $-8-5i$

5 $-3i$

تەوەری خەیالی
تەوەری ڕاستەقینە
6+7i
4i
-6
-3i
-8-5i
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8

بەهایێ رووتێ هەر ژمارەیەکا ئاویتە بهەژمێرە:-

6 $|4+2i|$ ________________

7 $|5-i|$ ________________

8 $|-3i|$ ________________

کۆمبکە یان لێدەربکە بەرسڤێ ب شێوەیێ $a+bi$ بنڤیسە:-

9 $(-1+2i)+(6-9i)$ ________________

10 $(3-2i)-(4+7i)$ ________________

11 $(-5+2i)+(-2+8i)$ ________________

لسەر شێوەیێ $a+bi$ بنڤیسە.

12 $3i(2-3i)$ ________________

13 $(4+5i)(2+i)$ ________________

14 $(-1+6i)(3-2i)$ ________________

ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

15 $\frac{2+4i}{3i}$ ________________

16 $\frac{3+2i}{4+i}$ ________________

17 $2i^{11}$ ________________

شیکاربکە.

18 د جیهانا ئەلیکترونیاتاندا بەرگرێ تێپەربوونا تەزوویێ د سووریکا کارەبێ دا [زڤروکا کارەبێ] دبێژنێ بەرگرێ گشتی و ب ژمارەکا ئاویتە Z دهێتە نواندن، بەرگرێ گشتی د زنجیرەکا لقێن زفرۆکا کارەبێ دا دبیتە سەرجەمێ هەموو بەرگرێن لقێن جودایێن زڤرۆکی، هەکەر بەرگرێ لقێ ئێکێ $Z_1 = 3+4i$ و بەرگرێ لقێ دووێ $Z_2 = 5-2i$ بیت. بەرگرێ گشتی یێ لقێن زڤرۆکێ چەندە؟ ________________

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا **1-4**

نەخشەیێن توانی و بەرەڤ گەشەبوون و کێمبوون
Exponential Functions

ڕۆنبکە ئەریٚ نەخشەیا توانی نەخشەیەکا بەرەڤ گەشەبوونە یان نەخشەیەکا بەرەڤ کێمبوونە. پاشی چەماوەییٚ نەخشەیٚ بکێشە.

1 $g(x) = -(2)^x$

____

2 $h(x) = -0.5(0.2)^x$

____

3 $j(x) = -2(0.5)^x$

____

4 $P(x)=4(1.4)^x$

____

شیکاربکە.

5 بهاییٚ جۆرەکی ژ ترومبێلان سالانە ب ڕێژەیا15% بەرەڤ کێمبوونە.

أ نەخشەیەکیٚ بنڤیسە وەك نموونەیەك بۆ لێکۆلینا بەرەڤ کێمبوونا بهاییٚ ئەڤی جۆریٚ ترومبێلان، بهاییٚ ویٚ ییٚ نوو 20 مەلیون دینارن.

ب چەماوەییٚ نەخشەی بکێشە.

ج وەسا دانە کو بهاییٚ ترومبێلیٚ 20 مەلیۆن دینار بوو ل سالا 2005. ل دەستپێکا چ سالیٚ بهاییٚ ئەڤیٚ ترومبێلیٚ دیٚ کێمتربیت ژ نیڤا بهاییٚ ویٚ ییٚ نوو؟ ________________

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **2-4**

نەخشەیا بەرۆڤاژی (پێچەوانە) *Inverse Functions*

کردارێن بەرۆڤاژی بکاربینە بۆ دیارکرنا نەخشەیا بەرۆڤاژیا هەر نەخشەیەکێ.

1 $f(x)=15x-10$

2 $f(x)=10-4x$

3 $f(x)=12-9x$

4 $f(x)=5x+2$

5 $f(x)=x+6$

6 $f(x)=x+\frac{1}{2}$

7 $f(x)=-\frac{x}{12}$

8 $f(x)=\frac{x-12}{4}$

9 $f(x)=\frac{3x+1}{6}$

چەماوەیێ هەر نەخشەکێ بکێشە، پاشی نەخشەیا بەرۆڤاژی دیاربکە و چەماوەیێ ئەوی نەخشەی بکێشە:

10 $f(x)=2x-4$

11 $f(x)=\frac{5}{2}x-2$

شیکاربکە.

12 ئالان ل پێشانگەهەکێ کاردکەت، کرێکارێن پیشانگەهێ داشکاندنەکێ وەردگرن ل دووڤ ئەڤێ ڕێسایێ $d(c)=0,15(c\text{-}10)$، c بهایێ کرینێیە و d بەهایێ داشکاندنێ دنوێنت. نەخشەیا بەرۆڤاژی بکاربینە بۆ دیارکرنا بهایێ کرینا وان تشتێن ئالانی کرین، هەکەر بزانی ئالان 18 000 دینارێن داشکاندنێ وەرگرتبوون.

أ نەخشەیا بەرۆڤاژی دیاربکە ئەوا دبیتە ڕێسایەك بۆ هەژمارتنا بهایێ کرینێ ل دووڤ بهایێ داشکاندنێ.

ب بەهایێ نەخشەیا بەرۆڤاژی بهەژمێرە هەکەر $d = 18\ 000$

ج ئالان چەند پارەدان؟

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **3-4**

نەخشەیێن لۆگاریتمی *Logarithmic Functions*

هەر هاوکێشەیەکا توانی لسەر شێوەیێ لۆگاریتمی بنڤیسە:

1 $3^7 = 2\,187$ **2** $12^2 = 144$ **3** $5^3 = 125$

هەر هاوکێشەیەکا لۆگاریتمی لسەر شێوەیێ توانی بنڤیسە:-

4 $\log_{10} 100\,000 = 5$ **5** $\log_4 1024 = 5$ **6** $\log_9 729 = 3$

7 $\log 1\,000\,000$ **8** $\log 10$ **9** $\log 1$

بەهایێ هەر بڕەکی بهەژمێرە: –

10 $\log_4 16$ **11** $\log_8 1$ **12** $\log_5 625$

چەماوەیێ هەر نەخشەیەکێ بکێشە بکارئینانا بەهایێن دیارکرین بۆ x ،
پاشی جەماوەیێ نەخشەیا بەرۆڤاژی بکێشە. مەودا و بواریێ وێ دیاربکە.

13 $f(x) = 2^x$؛ بەهایێن x: -2، -1، 0، 1، 2، 3، 4

14 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$؛ بەهایێن x: -3، -2، -1، 0، 1، 2، 3

شیکاربکە.

15 خەستیا ئایۆنێ هایدرۆجینێ، کو یا پیڤاییە ب ژمارا گەردان د لێترەکێ دا، د جۆرەکێ مەعجوونا تەما تێدا دبیتە $0.000\,316$.

أ هاوکێشەکا لۆگاریتمی بنڤیسە کو PH یا مەعجوونێ بنوێنیت.

ب PH یا مەعجوونێ بهەژمێرە.

H پیتا «خەستی»یێ دنوێنیت. $(PH=-\log H)$

ناڤ ________________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا **4-4**

سیفەتێن لۆگاریتمی *Propeties of Logarithm*

هەر برِەکی ب شێوێ ئێك لۆگاریتم بنڤیسە. سادەبکە هەکەر یا دشیاندا بوو.

1 $\log_3 9 + \log_3 27$

2 $\log_2 8 + \log_2 16$

3 $\log_{10} 80 + \log_{10} 125$

4 $\log_6 8 + \log_6 27$

5 $\log_3 6 + \log_3 13.5$

6 $\log_4 32 + \log_4 128$

هەر برِەکی ب شێوێ ئێك لۆگاریتم بنڤیسە. سادەبکە هەکەر یا دشیاندابوو.

7 $\log_2 80 - \log_2 10$

8 $\log_{10} 4\,000 - \log_{10} 40$

9 $\log_4 384 - \log_4 6$

10 $\log_2 1\,920 - \log_2 30$

11 $\log_3 486 - \log_3 2$

12 $\log_6 180 - \log_6 5$

سادەبکە هەکەر یا دشیاندا بوو:

13 $\log_4 4^6$

14 $\log_5 5^{x-5}$

15 $7^{\log_7 30}$

16 $12^{\log_{12} 1}$

17 $\log_8 8^5$

18 $\log_3 9^4$

بەهایێ هەر برِەکێ ژ ئاڤان بنڤیسە:

19 $\log_{12} 1$

20 $\log_3 30$

21 $\log_5 10$

شیکاربکە.

22 هێزا پیڤەلەرزا M، لسەر پیڤەرێ ریختەر، دگەل وزەیا E یا گرێداییە ئەو وزەیا پیڤەلەرز بەرهەم دئینت. و ب پەیوەندیا $M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{10^{11.8}}\right)$ دهێتە هەژمارتن. وزەیا بەرهەم هاتی ژ پیڤەلەرزێ بهەژمێرە، هەکەر هێزا وێ 4.2 بیت لسەر پیڤەرێ ڕیختەر.

ناڤ ____________ بەروار ____________ هۆبە ____________

ڕاهێنان

وانەیا **5-4**

لۆگاریتما سروشتی e $\boldsymbol{e}$ *Natural Logarithm*

چەماوەییێ هەر نەخشەیەکێ بکێشە.

1 $f(x)=e^{2x}$

2 $f(x)=e^{0.5x}$

3 $f(x)=e^{1+x}$

4 $f(x)=e^{2-x}$

ئەڤان ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

5 $\ln e^{x+2}$ ____________

6 $e^{\ln 2x}$ ____________

7 $e^{7\ln x}$ ____________

8 $\ln e^{3x+1}$ ____________

9 $\ln e$ ____________

10 $\ln e^{2x+y}$ ____________

شیکاربکە.

11 دلمان 45 مەلیۆن دینار دبانقەکێدا دانا ب بمفایەکی سالانە ڕێژا وی $n = 5\%$. ئەو جۆرێ هەژمارا (حساب) دلمانی هەلبژارتی ئەڤێ یاسایێ $A = Pe^{nt}$ بکاردئینت بۆ دیارکرنا بەهایێ هەر هەژمارەکێ (حسابەکێ) A پشتی t سالان ژ دانانا گۆژمێ پارێ بنەڕەتی P. بەهایێ هەژمارێ (حساب) پشتی 6 سالان چەندە؟

____

12 نەخشا بەرەڤ کێمبوونێ یا سروشتی $N(t)=N_0 e^{-kt}$ بکاربینەبۆ هەژمارتنا نەگۆرێ بەرەڤ کێمبوونێ بۆ ماددەکی، هەکەر نیڤ ژیێ وی 1000 سال بیت. ____________

ناڤ ________________ بەروار ____________ هۆبە ____________

ڕاهێنان

وانەیا
6-4

هاوکێشە و لاسەنگەیێن توانی و لۆگەریتمی
Exponential and logarithmic Equations and Inequalities

شیکاربکە و ساخبکە:

1 $5^{2x} = 20$

2 $12^{2x-8} = 15$

3 $2^{x+6} = 4$

4 $16^{5x} = 64^{x+7}$

5 $243^{0.2x} = 81^{x+5}$

6 $25^{x} = 125^{x-2}$

7 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = 16^{2}$

8 $\left(\frac{1}{32}\right)^{2x} = 64$

9 $\left(\frac{1}{27}\right)^{x-6} = 27$

شیکاربکە و ساخبکە:

10 $\log_4 x^5 = 20$

11 $\log_3 x^6 = 12$

12 $\log_4 (x-6)^3 = 6$

13 $\log x - \log 10 = 14$

14 $\log x + \log 5 = 2$

15 $\log(x+9) = \log(2x-7)$

16 $\log(x+4) - \log 6 = 1$

17 $\log x^2 + \log 25 = 2$

18 $\log(x-1)^2 = \log(5x-1)$

خشتەیەکێ و چەماوەیێ نەخشەی بۆ شیکارکرنێ بکاربینە:

19 $2^{x-5} < 64$

20 $\log x^3 = 12$

21 $2^x 3^x = 1\,296$

شیکاربکە.

22 ژمارا ئاکنجییێن دەڤەرەکا کشتۆکالیێ سالانە ب ڕێژەیا 7% کێم دبیت. دشێن دەربڕینێ ژ ئەڤێ کێمبوونێ بکەن پێ نەخشا $P(t)=C(1-0.07)^t$. C ژمارا ئاکنجییێن نۆکە دنوێنیت و P ژمارا وان دنوێنت پشتی بۆرینا t سالان. ژمارا ئاکنجییێن ئەڤێ دەڤەرێ 8 500 کەس بوون ل سالا 2004 . کەنگی ژمارا ئاکنجییان دێ کێمتر بیت ژ 6 000 کەسان بۆ جارا ئێکێ؟

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **7-4**

سامپلێن (نموونەیێن) توانی و لۆگاریتمی

Exponential and Logarithmic Models

دیاربکە، ئەرێ نەخشەیا توانییە، هەکەر یا وەسا بوو، ڕێژەیا نەگور بهەژمێرە:

1

x	–1	0	1	2	3
$f(x)$	9	3	1	0.3	0.9

______

2

x	–1	0	1	2	3
$f(x)$	0.01	0.03	0.15	0.87	5.19

______

3

x	–1	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{2}$	7.5	22.5	67.5

______

4

x	–1	0	1	2	3
$f(x)$	1	0.5	0.33	0.25	0.2

______

لێژبوونا (کیمبوونا) توانی بکاربینە بۆ دیارکرنا ئەوێ نەخشەیا توانی کو پێدایێن خشتەی بنوێنیت:–

5

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	14	7.1	3.4	1.8	0.8

______

6

x	2	12	22	32	42
$f(x)$	5	20	80	320	1280

______

شیکاربکە.

7 أ باسم وان سەدەفێن دەریایی دفرۆشیت کو لسەر ڕەخێ دەریایێ کۆمکرین. بهایێن هەر سەدەفەکی یا بەندە لسەر درێژیا وی. سامپلەکی توانی بۆ پێدایێن ڤێ خشتەی دیاربکە.

درێژیا سەدەفی (cm)	5	8	12	20	25
بها (هزاران دینار)	2	3.5	5	18	40

ب درێژیا سەدەڤێ بهایێ وی 9 هزار دینار چەندە؟ ______

ج باسم سەدەفەك دیت درێژیا وی 40 cm بوو ب چەندێ دێ فرۆشیت؟ ______

8 أ نموونەیەکا لۆگاریتمی بۆ پێدایێن ڤی خشتەی دیاربکە:

دەم (min)	1	2	3	4	5
لەز (m / s)	1.5	6.2	10.6	12.9	14.8

ب کەنگی لەز دێ ژ 20 m / s بۆریت؟ ______

ج لەز پشتی بۆرینا ئێك دەمژمێری دێ بیتە چەندە؟ ______

ناڤ ________________ بەروار ____________ هۆبە ________________

راهێنان

وانەیا **1-5**

نەخشەیێن ریسا پلەدار: *Piecewise Functions*

بەهایێ هەر نەخشەیەکا پلەدار بهەژمێرە، هەکەر $x=-8$، $x=5$.

1 $f(x)=\begin{cases}2x & x<0\\ 0 & x\geq 0\end{cases}$

____

2 $g(x)=\begin{cases}2-x & x\leq 5\\ -x^2 & 5<x<8\\ 6 & 8\leq x\end{cases}$

____

3 $h(x)=\begin{cases}2x+4 & x\leq -8\\ -1 & -8<x<5\\ x^2 & 5\leq x\end{cases}$

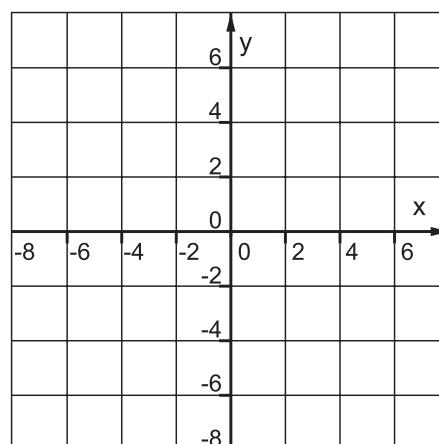
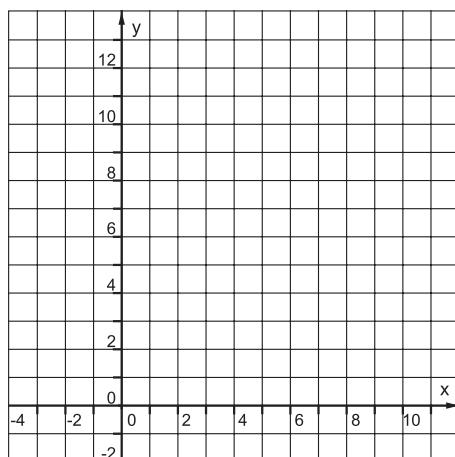
____

4 $k(x)=\begin{cases}15 & x\leq -5\\ x & -5<x<1\\ 7-\frac{x}{2} & 1<x\end{cases}$

____

چەماوەیێ هەر نەخشەیەکێ بکێشە.

5

$f(x)=\begin{cases}6 & x<-2\\ 3x & -2\leq x\end{cases}$

6 $g(x)=\begin{cases}12-x & x\leq 5\\ x+2 & 5<x\end{cases}$

شیکاربکە.

7 کرێیا راوەستیانا ترومبێلێ ل پارکێ فرۆکەخانێ 20000 دینارە بۆ هەر رۆژەکێ ل حەفتیا ئێکێ، پاشی دهێتە خوار بۆ 17000 دینارە رۆژانە:

أ نەخشەیەکا رێسا پلەدار بنڤیسە کو کرێیا راوەستیانا ترومبێلێ ل x رۆژان بنوێنیت. ____________________

ب کرێیا راوەستیانێ چەندە د 10 رۆژان دا؟ ____________________

ج سارایێ دوو گەشت ئەنجامدان. ل گەشتا ئێکێ، ئەوێ 5 رۆژان ترومبێلا خۆ راوەستاند، و ل گەشتا دووێ 8 رۆژان راوەستاند، جیاوازی لناڤبەرا کرێیا راوەستیانا هەردوو گەشتان چەندە؟ ____________________

ناڤ ______________ بەروار ____________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **2-5**

جهگۆهۆرکێن نەخشەیان *Transforming Functions*

هەکەر $f(x)=\begin{cases}x^2-9x-1 & x<0\\ 10-x & x\geq 0\end{cases}$ ، هاوکێشەیا هەر نەخشەیەکێ بنڤیسە.

1 نەخشەیا $h(x)$ کو پەیدابوویە ژ وێنەدانەوەیا $f(x)$ ل دۆر تەوەرێ دووێ. ______________

2 نەخشەیا $k(x)$ ، کو پەیدابوویە ژ ڤەکێشانا $f(x)$ ب ستوونی ب هاوکۆلکێ 2. ______________

3 نەخشەیا $g(x)$ کو پەیدابوویە ژ ڤەکێشانا $g(x)$ ب 2 یەکەیان بۆ رەخێ راستێ. ______________

ئێکودووبڕینێن هەردوو نەخشەیان $f(x)$ و $g(x)$ ل گەل هەردوو تەوەرێن پۆتانی دیاربکە:-

4 $f(x)=x^2-36$ ______________ $g(x)=f(2x)$ ______________

5 $f(x)=-3x+12$ ______________ $g(x)=-2f(x)$. ______________

چەماوەیێ $g(x)$ ب هۆیێ زانینا چەماوەیێ $f(x)$ بکێشە.

6 $f(x)=x^2+2x+1$ و $g(x)=-f\left(\frac{x}{2}\right)$

7 $f(x)=3x-6$ و $g(x)=f(-x)$

شیکاربکە.

8 چیایی ژ مالا خو ب لەزا $3\ m/s$ بەرەڤ پارکەکی چوو، کو ژ مالا وی یا دوور بوو ب$1\,320\,\text{m}$. نەخشەیا $D(x)=3x$ رێسایەکا بۆ هەژمارتنا ئەوێ دوورییا چیایی برِی، کو (x) دەمی ب چرکەیان دنوێنیت. ل دەمێ ڤەگەڕیانا چیایی بۆ مال ئەوی لەزا خو زێدەکر ب رێژەیا 25% .

أ نەخشەیەکێ بنڤیسە بۆ هەژمارتنا دوورییا ل ناڤبەرا چیایی و مالا وی ل ڤەگەڕیانا وی بۆ مالێ پێ دەمی x ژ دەمێ ئەوی پارکێ ترومبێلێ بجهـ هێلای. ______________

ب دوورییا چیایی ژ مالا وی پشتی بۆرینا دوو خولەکان ژ جهـ هشتنا پارکێ ترومبێلان چەندە؟ ______________

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **3-5**

کردار لسەر نەخشەیان *Operations with Functions*

ئەڤان نەخشەیان بکاربینە بۆ شیکارکرنا پرسیاران ژ 1 هەتا 18 .

$f(x)=\frac{1}{2x}$ $g(x)=x^2$ $h(x)=x-8$ $k(x)=\sqrt{x}$

هەر نەخشەیەکی دیاربکە:

1 $(gk)(x)$ **2** $(g+h)(x)$ **3** $(g-h)(x)$

4 $(fg)(x)$ **5** $(gh)(x)$ **6** $(\frac{f}{g})(x)$

بەهایێ هەر ئیکێ ژ ئەڤان بهەژمێرە:

7 $g(k(9))$ **8** $h(g(-3))$ **9** $g(h(-3))$

10 $k(h(12))$ **11** $f(g(4))$ **12** $f(h(1))$

نەخشەیا ئاوێتە بنڤیسە و بوارێ وێ دیاربکە:

13 $f(g(x))$ **14** $h(g(x))$ **15** $h(k(x))$

16 $f(k(x))$ **17** $k(g(x))$ **18** $k(h(x))$

شیکاربکە:

19 خودانێ دوکانەکا فرۆتنا پێلاڤان بهایێ هەر جووتەکێ پێلاڤان ب دوو جارانی لێچوویا وێ دیارکر. پاشی ئەو بهایە ب رێژەیا 40% بۆ هەر جووتەکی داشکاند.

أ نەخشەیەکا ئاوێتە بۆ نواندنا بهایێ هەر جووتەکێ پیلاڤان پشتی داشکاندنێ بنوێنە پێ لێچوویا وێ (C) .

______

ب هەکەر تێچوویا هەر جووتەکێ پێلاڤان 25000 دینار بوو، بهایێ وی چەندە پشتی داشکاندنێ؟

______

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **4-5**

نموونەیێن (سامپلێن) بیرکاری *Mathematical Models*

جیاوازییێن نەگۆڕ یان ڕێژەیێن نەگۆڕ بکاربینە بۆ دیارکرنا نەخشەیا بنەڕەت ئەوا کۆمەلا پێدایان دنوێنیت.

1

x	12	16	20	24	28
y	0.8	3.6	16.2	72.9	328.05

______

2

x	13	19	25	31	37	43
y	–1	17	35	53	71	89

______

3

x	2	7	12	17	22
y	–100	–55	40	185	380

______

4

x

y	0.10	0.37	0.82	1.45	2.26
	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5

______

نەخشەیەکێ بنڤیسە هەر کۆمەلەکا پێداییان بنوێنیت.

5

x	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
y	0.68	4.52	9.0	14.12	19.88

______

6

x	–5	0	5	10	15	20
y	8	6	4	2	0	–2

______

7

x	0.3	0.7	1.1	1.5	1.9
y	2.5	3	3.6	4.32	5.184

______

8

x	0.06	0.375	0.96	1.815	2.94
y	0.2	0.5	0.8	1.1	1.4

______

9

x	–6	1	8	15	22
y	15	1	30.12	102.36	217.72

______

10

x	0.32	2.07	4.8	8.5	13.2
y	0.9	1.6	2.3	3.0	3.7

______

شیکاربکە.

11 خشتێ ل خوارێ گەشەبوونا (زێدەبوون) ئاکنجییان ل گۆندەکی دیاردکەت:

ژمارا سالان پشتی سالا 1974	1	6	11	16	21	26	31
ژمارا ئاکنجییان	662	740	825	908	1003	1095	1200

أ نەخشەیەکێ بنڤیسە پێداییێن خشتێ بنوینیت. ______

ب ئەوی خشتەییێ بۆ خەملاندنا ژمارا ئاکنجییێن گوندی ل سالا 2020 بکاربینە. ______

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **1-6**

دەروازەیەك لسەر ئێك ل دووڤ ئێكان Introduction to Sequences

پێنج ڕادەیێن ئێكێ بۆ هەر ئێك ل دووڤ ئێكەكێ نڤیسە:

1 $a_n = 3(a_{n-1})$ ؛ $a_1 = 1$

2 $a_n = (a_{n-1} + 1) - 5$ ؛ $a_1 = 2$

3 $a_n = (a_{n-1})^2 - 1$ ؛ $a_1 = -2$

4 $a_n = 6 - 2(a_n - 1)$ ؛ $a_1 = 1$

5 $a_n = (a_{n-1} - 1)^2 - 3$ ؛ $a_1 = -1$

6 $a_n = \frac{2 - a_{n-1}}{2}$ ؛ $a_1 = -2$

7 $a_n = (n-2)(n+1)$

8 $a_n = n(2n-1)$

9 $a_n = n^3 - n^2$

10 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$

11 $a_n = (-2)^{n-1}$

12 $a_n = n^2 - 2n$

پێناسەیەكا ئاشكەرا (دیار) و گونجای بۆ هەر ئێك ل دووڤ ئێكەكێ بنڤیسە.

13 8 ;16 ; 24 ; 32 ; 40 ; ...

14 2.5 ; 1.6 ; 0.9 ; 0.4 ; 0.1 ; ...

15 3 ; 6 ; 11 ; 18 ; 27 ; ...

16 $\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{3}{8}; \frac{3}{16}; \frac{3}{32}; ...$

17 10 ; 7 ; 4 ; 1 ; -2 ; ...

18 5 ; 1 ; 0.2 ; 0.04 ; 0.008 ; ...

شیكاربكە.

19 ژمارا پارچە راستەهێلێن وێنەیی ل دووڤ ئەڤان وێنەیێن بەرامبەر دهێت بهەژمێرە. ______

20 سالار ل نوژەنكرنا باغچەیێن مالان كاردكەت.
50 000 دیناران هەر حەفتیەكێ وەردگریت.
ئەو هزردكەت كرێیا وی سالانە 4% زێدەبكەن.

أ ئەوێ ئێك ل دووڤ ئێكێ ب وێنەیێ روونكرنێ بنوێنە.

ب شێوازێ وەسفبكە. ______

ج ئەو كرێیا سالار ل هەر حەفتیەكێ وەردگریت پشتی 5 سالان بهەژمێرە بۆ نێزیكترین هزار دینار. ______

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

راهێنان

وانەیا **2-6**

زنجیرە *Series*

هەر زنجیرەکێ بکارئینانا هێمایێ سەرجەمی بنڤیسە:-

1 $-2+4-8+16-32$ ________

2 $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1\,000}+\frac{1}{10\,000}$ ________

3 $-6-1+4+9+14+19$ ________

4 $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{18}$ ________

5 $7+13+19+25+31$ ________

6 $-1+1-1+1-1+1-1$ ________

هەر زنجیرەکێ ڤەکە، پاشی سەرجەمی بهەژمێرە.

7 $\sum_{k=4}^{8}\frac{k}{4}$

أ ڤەکە. ________

ب سەرجەمی بهەژمێرە. ________

8 $\sum_{k=1}^{4}5^{k-2}$

أ ڤەکە. ________

ب سەرجەمی بهەژمێرە. ________

9 $\sum_{k=2}^{6}(-2^{k})$

أ ڤەکە. ________

ب سەرجەمی بهەژمێرە. ________

10 $\sum_{k=30}^{39}(70-2k)$

أ ڤەکە. ________

ب سەرجەمی بهەژمێرە. ________

سەرجەمێ هەر زنجیرەیەکێ بهەژمێرە.

11 $\sum_{k=12}^{20}3$ ________

12 $\sum_{k=1}^{40}k$ ________

13 $\sum_{k=1}^{10}k^{2}$ ________

شیکاربکە.

14 زەکەریا یانەیەکا ئینتەرنیتێ دروستکر و دوو هەڤالێن خو رازیکرن ژ بۆ پشکداریێ دیانەیێدا بکەن. ل رۆژا دووێ هەر ئەندامەکی دوو هەڤالێن خۆ رازیکرن ژ بۆ بەشداریێ ل یانەیێ بکەن، ل رۆژا سێیێ هەر ئەندامەکی دوو هەڤالێن خو رازیکرن ژ بۆ بەشداریکرنێ ل یانەیێ، و ب ئەڤی شێوەی بەردەوامبوون ل ماوەیێ حەفتیەکا تمام.

أ زنجیرەکێ بنڤیسە ژمارا ئەندامێن یانەیێ بنوێنیت ل دوماهیا n رۆژان. ________

ب زنجیرەیەکێ بنڤیسە ژمارا ئەندامێن یانەیێ بنوێنیت ل دوماهیا حەفتیا ئێکێ. ________

ج ژمارا ئەندامێن یانەیێ دێ بنە چەند هەتا دوماهیا حەفتیا ئێکێ؟ ________

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا 3-6

ئێك ل دووڤ ئێك و زنجیرەییێن ژمارەیی

Arithmetic Progressions (Sequences) and Series

دیاربکە، ئەرێ هەر ئێك ل دووڤ ئێكەك یا ژمارەییە یان نە. بنچینە و دانەیێ ل دووڤ دیاربکە:-

1 41 ; 24 ; 7 ; -10 ; -27 ; ...

2 6 ; -6 ; 6 ; -6 ; 6 ; -6 ; 6 ; -6 ; ...

3 $\frac{4}{5}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{23}{10}$; $\frac{14}{5}$ ...

4 2 ;4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; ...

ڕادەیێ دووازدێ ل ئەڤێ ئێك ل دووڤ ئێكا ژمارەییێ بهەژمێرە.

5 21 ; 32 ; 43 ; 54 ; 65 ; ...

6 3.7 ; 3.3 ; 2.9 ; 2.5 ; 2.1 ; ...

7 1.8 ; -1.1 ; -4 ; -6.9 ; -9.8 ; ...

8 -8 ; -2.75 ; 2.5 ; 7.75 ; 13 ; ...

ڕادەیێ نەدیار ل ئەڤێ ئێك ل دووڤ ئێكا ژمارەیی بهەژمێرە.

9 59 ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ 3 ؛ ...

10 23 ؛ ____ ؛ ____ ؛ −4 ؛ ...

11 62 ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ 7 ؛ ...

12 −7 ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ ____ ؛ 35 ؛ ...

ڕادەیێ دەهێ ل ئەڤێ ئێك ل دووڤ ئێكا ژمارەیی بهەژمێرە:

13 $a_4 = 12$ و $a_7 = 20.4$

14 $a_3 = 37$ و $a_{17} = -12$

15 $a_{13} = -5$ و $a_{18} = -51$

16 $a_{25} = 18$ و $a_{41} = 62$

شیکاربکە.

17 هۆلا خوارنگەهەکێ جۆرەکی مێزان تێدایە، جهێ چوار کەسان ل دۆر هەیە، جهێ هەر کەسەکی ل رەخەکی. ل دەمێ ئاهنگ گێرانێ، ئەوان مێزان بتەنیشت ئێکودوو ڤە رێزدکەن ب شێوێ رێزەکا درێژ، کو هەر دوو مێزان جهێ شەش کەسان ل دۆر هەبیت و هەرسێ مێزان جهێ 8 کەسان ل دۆر هەبیت، و هەر 4 مێزان جهێ 10 کەسان ل دۆر هەبیت. چەند مێزان دڤێت پێکڤە رێزبکەن بۆ وەرگرتنا 40 کەسان؟

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

ڕاهێنان

وانەیا **4-6**

ئێك ل دووڤ ئێك و زنجیرەیێن ئەندازەیی
Geometric Progressions (Sequences) and Series

جۆرێ ئێك ل دووڤ ئێکێ دیاربکە، ئەرێ ئەندازەییە، یان ژمارەییە، یان هیچ جۆرەك ژ وانە نینە، هەکەر یا ئەندازەیێ بوو یان ژمارەیی بوو، بنچینەیێ وێ دیاربکە:-

1 1.1 ; -3.3 ; 9.9 ; -29.7 ; 89.1 ; ...

2 -18 ; -7 ; 4 ; 15 ; 26 ; ...

3 1 ; 2 ; 6 ; 24 ; 720 ; 120 ; ...

4 3125 ; 2500 ; 2000 ; 1600 ; 1280 ; ...

ڕادێ دەهێ یێ ئەڤێ ئێك ل دووڤ ئێکا ئەندازەیی بهەژمێرە.

5 1600 ; 800 ; 400 ; 200 ; ...

6 0.0000001 ; 0.00001 ; 0.001 ; 0.1 ; ...

7 -64 ; 96 ; -144 ; 216 ; ...

8 2 ; -6 ; 18 ; -54 ; ...

ئەڤان پێدانیان بکاربینە بۆ هەژمارتنا ڕادەیێ هەشتێ بۆ ئێك ل دووڤ ئێکا ئەندازەیی.

9 $a_3 = 12$ و $a_6 = 96$

10 $a_{15} = 100$ و $a_{17} = 25$

11 $a_{11} = -4$ و $a_{13} = -36$

12 $a_3 = -4$ و $a_5 = -36$

ناڤەندێ ئەندازەیی بۆ هەر جووتەکێ ژماران بهەژمێرە.

13 2 و 8

14 2 و 3

15 3 و 2

سەرجەمێ داخوازکری بۆ هەر زنجیرەکا ئەندازەیی بهەژمێرە:

16 S_7 بە زنجیرەی $14 + 42 + 126 + 378 + \ldots$

17 $\sum_{k=1}^{8} (-4)^{k-1}$

شیکاربکە.

18 نامەیەکا ئەلیکترونی گەهشتە لاڤینێ، داخوازی ژ وێ کربوو بلا ئەو بۆ دەه هەڤالێن خو فرێکەت، و هەروەسا هەر ئێك ژ وان. بۆ دەه هەڤالێن خو فرێکەت. وەسا دانە کو ئەڤ کارە ب ئەڤێ شێوەی بەردەوام بوو. ژمارا نامەیێن دئاستێ هەشتێدا هاتین چەند بوون؟

ناف ______ بەروار ______ هۆبە ______

راهێنان

وانەیا **5-6**

دەرئەنجامێ بیرکاری *Mathematical Induction*

دیاربکە، ئەرێ زنجیرەیا ئەندازەیی یا لیکدویربوونە یان یا لێکنێزیکبوونە.

1 $\frac{81}{625}+\frac{27}{125}+\frac{9}{25}+\frac{3}{5}+1+\ldots$ ______

2 $1-\frac{3}{5}+\frac{9}{25}-\frac{27}{125}+\frac{81}{625}-\ldots$ ______

سەرجەمێ هەر زنجیرەکا ئەندازەیی یا بێ دوماهیك بهەژمێرە ئەگەر هەبوو:

3 $7+\frac{7}{4}+\frac{7}{16}+\frac{7}{64}+\ldots$ ______

4 $500-300+180-108+\ldots$ ______

5 $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{4}\left(\frac{4}{3}\right)^k$ ______

6 $\sum_{k=1}^{\infty}99\left(-\frac{4}{9}\right)^k$ ______

هەر ژمارەیەکا رێژەیی یا دەوری وەك کەرتەك بنڤیسە ب سادەترین شێوە.

7 $0.\overline{16}$ ______

8 $0.0\overline{16}$ ______

9 $0.01\overline{6}$ ______

10 $0.0\overline{45}$ ______

11 $0.\overline{1}$ ______

12 $0.\overline{123}$ ______

دژە نموونەیەکێ بۆ هەلوەشاندنا هەر دەستەواژەیەکێ بینە.

13 $2^{-n}<n^2$ ______

14 $n^3>3n$ ______

شیکاربکە.

15 خەلاتەك بۆ شێرزاد دەرکەفت، و ب ئەڤی شێوەیی بۆ دهێتە دان: 200 مەلیون دینار ل سالا ئێکێ دهێنە دان، ل هەر سالەکا دی نیڤا پارێ سالا پێشتر بۆ دهێتە دان.

أ) هەر چار رادێن ئێکێ بۆ ئەڤێ زنجیرەیێ بنڤیسە.

ب) پێناسەکا ئاشکەرا بۆ ڤێ ئێك ل دووڤ ئێکا ئەندازەیی بنڤیسە، کو رادەیێ نوونی ئەوی پارەیی ل سالا n وەردگریت بنوێنیت.

ج) ئەوی پارەیێ شێرزاد ل دەهـ سالێن ئێکێ وەردگریت بخەملینە. ______

د) هەکەر شێرزاد بێ دوماهیك بژیت، سەرجەمێ ئەوی پارەیێ وەردگریت دێ چەند بیت؟ ______

ناڤ ______________________________ بەروار ______________ هۆبە ____________________

ڕاهێنان

وانەیا 1-7

یاسایا Sin و Cos — Low of Sine and Cosine

بکارئینانا بژمێرێ، بەهایێن هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بهەژمێرە، بەرسڤان بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ نێزیکبکە.

1 $\sin 111^{o}$ ____________	**2** $\cos 150^{o}$ ____________	**3** $\tan 163^{o}$ ____________
4 $\sin 92^{o}$ ____________	**5** $\cos 129^{o}$ ____________	**6** $\tan 99^{o}$ ____________
7 $\sin 170^{o}$ ____________	**8** $\cos 96^{o}$ ____________	**9** $\tan 117^{o}$ ____________

یاسایا *Sin* بۆ هەژمارتنا هەر پیڤانەکێ بکاربینە، پیڤانێن درێژیان بۆ نێزیکترین دەهئێك، و پیڤانێن گۆشەیان بۆ نێزیکترین پلە نێزیکبکە.

BC ____________ DE ____________ GH ____________

$m\widehat{J}$ ____________ $m\widehat{R}$ ____________ $m\widehat{T}$ ____________

یاسایا *Cos* بۆ هەژمارتنا هەر پیڤانەکێ بکاربینە، پیڤانێن درێژیان بۆ نێزیکترین دەهئێك، و پیڤانێن گۆشەیان بۆ نێزیکترین پلە نێزیکبکە.

YZ ____________ BD ____________ EF ____________

$m\widehat{I}$ ____________ $m\widehat{M}$ ____________ $m\widehat{S}$ ____________

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

ڕاهێنان

وانەیا **2-7**

نەخشەیێن سێگۆشەیی *Trigonometric Functions*

چەماوەیێن نەخشەیێن سێگۆشەیی یێن بنەڕەت بۆ وێنەکێشانا چەماوەیێ هەر نەخشەیەکێ بکاربینە.
فرەهیێ و ماوەیێ (دەمێ) دووبارەبوونێ ل هەردوو ڕاهێنانێن 1 و 2 دیاربکە.
ماوەیێ دووبارەبوونێ و خالێن ئێکودووبڕینێ ل ڕاهێنانا (3) ێ دیاربکە.

1 $b(x) = -5\sin \pi x$

2 $k(x) = 3\cos 2\pi x$

3 $g(x) = 2\tan \frac{\pi x}{2}$

چەماوەیێن نەخشەیێن سێگۆشەیی یێن بنەڕەت بۆ وێنەکێشانا چەماوەیێ هەر نەخشەیەکی بکاربینە.
ئێکودووبڕینێن ئاسۆیی و لادانا روویی ل هەردوو راهێنانێن 4 , 5 دیاربکە. دەمێ دووبارەبوونێ و دەرکناران ل ڕاهێنانا (6)ێ دیاربکە:

4 $h(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

5 $h(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

6 $h(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

شیکاربکە.

7 أ چەماوەیێ نەخشەیا Sin ب کاربینە بۆ وێنەکێشانا پێلەکا (شەپۆل) دەنگی، هەکەر دەمێ دووبارەبوونێ 0.002 چرکە و فرەهیا وێ 2 cm بیت.

ب دووبارەبوونا ئەڤێ پێلێ چەندە ب (هێرتزان)؟

____

y 2 1 0 -1 x 0 0.001 0.002 0.003

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا **3-7**

هاوئەنجامێن سێگۆشەیی یێن بنەڕەت

Fundamental Trigonometric Identity

هەر هاوئەنجامەکا سێگۆشەی ل خواریێ بسەلمینە:

1 $\sin^2\theta+\sin^2\theta\frac{1}{\tan^2\theta}=1$

2 $\frac{1}{\cos^2\theta}\cos^2\theta=\frac{1}{\tan^2\theta}-\cos^2\theta$

3 $\tan^2\theta-\tan^2\theta+\sin^2\theta=\sin^2\theta$

4 $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{\cos\theta}+\frac{1}{\sin\theta}$

هەر بڕەکی پێ cos θ بنڤیسە، پاشی سادەبکە:-

5 $2\sin\theta\cos\theta\frac{1}{\tan\theta}$

6 $\frac{1+\frac{1}{\tan\theta}}{\frac{1}{\tan\theta}(\sin\theta+\cos\theta)}$

7 $\cos^4\theta-\sin^4\theta+\sin^2\theta$

شیکاربکە.

8 هاوکێشەیا $mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta$ بکاربینە بۆ دیارکرنا گۆشەیا خلیساندنێ بۆ شەشپالۆیەکا داری لسەر ڕوویەکی خوەهر و تەڕ ژ بەفرێ دانای بیت هەکەر $\mu=0.17$. ______

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

ڕاهێنان

وانەیا 4-7

هاوئەنجامێن سەرجەم و جیاوازیێ Sum and Difference Identities

بەهایێ دروست بۆ هەر بڕەکی بهەژمێره:–

1 $\cos 120^{o}$ ______

2 $\sin 315^{o}$ ______

3 $\tan 255^{o}$ ______

4 $\tan \frac{7\pi}{6}$ ______

5 $\sin \frac{\pi}{12}$ ______

6 $\cos \frac{3\pi}{4}$ ______

دروستیا هەر هاوئەنجامەکێ دیاربکە.

7 $\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=\cos x$ ______

8 $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$ ______

بەهایێ هەر بڕەکی بهەژمێره، بکارئینانا $\cos A=\frac{12}{13}$ ، $0 \le A \le 90^{o}$ و $\sin B=\frac{8}{17}$ ، $90^{o} \le B \le 180^{o}$.

9 $\sin(A+B)$ ______

10 $\cos(A+B)$ ______

11 $\tan(A+B)$ ______

12 $\sin(A-B)$ ______

13 $\cos(A-B)$ ______

14 $\tan(A-B)$ ______

شیکاربکە.

15 هەکەر ABC، $A(1, 0)$، $B(10, 0)$، $C(2, 6)$ سەرێن سێگۆشەیا ABC بن، و ئەڤ سێگۆشەیە هاتە دەوردان ل دۆر خالا بنەڕەت ب گۆشەیا 60^{o} ، پۆتانێن سەرێن سێگۆشەیا وێنەی بهەژمێره ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدی:–

أ ڕێزکریێ دەوردانێ و ڕێزکریێ سێگۆشەیێ دنوێنیت بنڤیسە. ______

ب ئەنجامێ لێکدانا هەردوو ڕێزکرییان بهەژمێره. ______

ج پۆتانێن داخوازکری بنڤیسە. ______

16 بەرزە گۆشەیا سەرێ گرەکی (15^{o}). درێژیا ئەوێ ڕێیا بنکێ گری ل گەل سەرێ وی دگەهینت $800\,m$ بوو. بلنداهیا گری چەندە؟ ______

ناڤ ________________ بەروار ____________ هۆبە ________________

ڕاهێنان

وانەیا **5-7**

هاوئەنجامێن دووجارانی گۆشەیێ و نیڤا گۆشەییێ.

Duble-Angle and Half- Angle Indentities

بهەژمێرە $\sin 2\theta$ ، $\cos 2\theta$ ، $\tan 2\theta$:

1 $\cos\theta = -\frac{12}{13}$ و $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

2 $\sin\theta = \frac{\sqrt{6}}{10}$ و $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

3 $\sin\theta = -\frac{2}{3}$ و $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

4 $\tan\theta = -\frac{5}{6}$ و $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

هەر هاوئەنجامەکێ بسەلمینە:

5 $2\cos^2\theta = \cos 2\theta + 1$

6 $\tan\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$

هاوئەنجامێن نیڤا گۆشەیێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا بەهایێن دروست بۆ هەر بڕەکی سێگۆشەیی ل خوارێ:

7 $\tan 22.5^{\circ}$

8 $\cos\frac{7\pi}{12}$

9 $\sin\frac{11\pi}{12}$

$\sin\frac{\theta}{2}$ ، $\cos\frac{\theta}{2}$ ، $\tan\frac{\theta}{2}$ بهەژمێرە هەکەر.

10 $\cos\theta = \frac{3}{5}$ و $270^{\circ} < \theta < 360^{\circ}$

11 $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ و $180^{\circ} < \theta < 270^{\circ}$

شیکاربکە.

12 خلیسانکەك درێژیا 35 m ئاسوییێ ژ سەر ئەردێ باخچەکی گشتی ڤەدگریت، و بلنداهیا وی 12 m بیت.

أ هاوکێشەکا سێگۆشەیی پێ گۆشا θ کو خلیسانك ل گەل ڕووییێ ئەردی پێکدئینت بنڤیسە.

ب خلیسانکەکا دی گۆشەیەکێ ل گەل ڕووییێ ئەردی دروستدکەت پیڤانا وێ دووجارانی پیڤانا گۆشەیا خلیساندنا ئێکێ بوو. خلیسانکا دووی هەمان درێژیا ئاسۆیی یا ئەردێ خلیسانکا ئێکێ ڤەدگرت. برەکی بنڤیسە بۆ هەژمارتنا بلنداهیا رەخێ خلیسانکا دووی ژ سەر ئەردی.

ج بلنداهیا خلیسانکا دووی بهەژمێرە، بەرسڤێ بۆ نێزیکترین مەتر نێزیکبکە.

ناڤ ________________________ بەرەوار ____________ هۆبە ______________

پرۆژە

بەشێ
1

تەنێن زێرین

چالاكی (1): تەنێن ئەفلاتۆنی Platonic Solids

چەند رووی ژ چار چەند لایان یان زێدەتر پێكدهێت، ئەو روونە ئێكودوو دبڕن پێ لایان، هەموو روویێن چەند روویێ رێك دبنە چەند لایێن رێك و جووت بووین. هەروەسا ژمارا وان روویێن كو ئێكودوو دبڕن پێ هەر لایەكی ژ لایێن چەند رووی دێ یەكسان بن. دبێژنە چەند روویێن رێك **تەنێن ئەفلاتۆنی**. چەند روویێ **دووازدەی ئێكە ژ وان تەنان**. ل دووڤ رێنماییێن ل خوارێ سامپلەكێ دروست بكە بۆ چەند روویەكی دووازدەیی رێك.

1 بكارئینانا كارتۆنێ دوو دانان ژ راخستیێ بەرامبەر دروستبكە.
ل دووڤ هێلێن خالدار لایێن وان بچەمینە.

2 هەردوو پارچەیێن كارتۆنێ لسەر ئێكودوو دانە، و شەریتەكا لاستێكێ ل دۆر وان دانە، هەر وەكی ل خوارێ دیاركری.

3 بهێلە شەریتا لاستیكێ وان چەند لاییان هێواش هێواش بلندبكەت بو دروستكرنا چەند روویەكی رێكی دووازدەی.

ناڤ ________________ بەروار __________ هۆبە ______________

پڕۆژە

بەشێ **1**

تەنێن زێرین (پاشکۆ)

چالاکی 2 : تەنێن ئەرخەمیدس **Archimedean Solids**

تەنێن ئەرخەمیدس ناڤێ خۆ ژ ناڤێ زانایێ ئەفریقی ئەرخەمیدس وەرگرتییا. هەموو روویێن تەنێ ئەرخەمیدس چەند لایێن رێکن، کو بکێمی دوو جورێن چەند لایان بخۆڤەدگریت ب مەرجەکی رێزبەندیا چەند لایان ل دۆر هەر سەرەکی وەك ئێکودوونە.

1 دوو دانەیان ژ راخستییێ ل خوارێ ژ کارتۆنێ دروستبکە. هەر کارتوونەکێ ببڕە و ل دووڤ هێلێن خالدار بچەمینە. پارچەیێن زێدە بکاربینە بۆ خڕڤەکرنا هەموو راخستی دنیڤ چەند روویەکی دا. پاشی هەردوو نیڤ روویان خڕڤەبکە بۆ دروستکرنا چەند روویەکی تمام. ئەو چەندroویێ بدەست تەکەفتی چەند روویەکی ئەرخەمیدییە.

2 جۆرێ چەند لایان ل دۆر هەر سەرەکی ژ راخستییێ ل سەری چییە؟ ________________

3 ژمارا چەند لایان ژ هەر جۆرەکی ل دۆر هەر سەرەکی چەندە؟ ________________

4 رووبەرێ ئەوی چەند روویێ چەندە؟

____

5 کونەکا بچووك لنك سەرەکی چەند روویی دروستبکە. ئەوێ کونێ بکاربینە بۆ تژیکرنا چەند روویی ب لمێ. پاشی ئەوێ لمێ ڤالاکە دناڤ لولەکێدا یان زێدەتر ژ لوولەکەکێ. یاسایا قەبارێ لوولەکێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا قەبارێ چەند روویێ. بەرسڤێ بۆ نێزیکترین سەنتیمەترێ سێجای نێزیکبکە.

پرۆژە

بەشێ 2

ل بلنداهیا ئەسمانی

چالاکی 1 : نهۆم نهۆم

1 ئەرێ تو باوەر دکەی کو پەیوەندیەکا هێلی هەیە لناڤبەرا بلنداهیا بورجەکی و ژمارا نهۆمێن بخۆڤەدگریت؟ بەرسڤا خۆ رونبکە.

2 خشتێ ل خوارێ پێداییان لسەر بلنداهیا دوو برجان و ژمارا نهۆمێن وان دیاردکەت. ژمارا نهۆمان وەك گۆڕاوێ ئازاد [سەربەخو] بکاربینە.

بورج	ژمارا نهۆمان	بلنداهیی (m)
بورجێ دوبەی	162	818
هەردوو بورجێن چێمك ل مالیزیا	88	452

أ نموونەیەکا هێلی دیاربکە، پەوەندیا لناڤبەرا ژمارا نهۆمان و بلنداهیا بورجی بنوینت؟

ب لاری چ دنوێنیت د هاوکێشەیا ئەڤێ نموونێدا؟

ج ئێکودووبڕینا ڤێ نموونێ ل گەل تەوەرێ دووێ چ دنوێنیت؟ ئەرێ ئەڤێ ئێکودووبڕینیێ ڕامانەك هەیە دژیانا رۆژانەدا؟

---

3 نموونەیا تە ل پرسیارا (2)ێ دیارکری بکاربینە. بلنداهیا بورجەکی ژ 140 نهۆمان پێکهاتبیت چەندە؟ ژمارا نهۆمێن بورجەکی بلنداهیا وی $700\ m$ بیت چەندە؟

---

4 ئالوگۆرێ بکە لناڤبەرا گۆڕاوێ سەربەخۆ و گۆڕاوێ [پەیوەست]، و نموونەیا نوو دیاربکە؟

لاری ل نموونەیا نوو چ دنوێنیت؟ ئێکودووبڕینا وی ل گەل تەوەرێ دووی چ دنوێنیت؟

نموونەیا نوو بکاربینە بۆ هەژمارتنا ژمارا نهۆمان دبورچەکی دا، بلنداهیا وی 700m بیت. ئەرێ بەرسڤا تە دیتی هەمان بەرسڤە ل پرسیارا (3)ێ؟

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

پرۆژە

بەشێ **2**

ل بلنداهیا ئەسمانی [پاشکۆ]

چالاکی 2 : بلند و بلندتر

خشتەیێ ل خواری پێداییان لسەر گرنگترین بۆرجێن جیهانێ دیاردکەت.

بورج	جھ	ژمارا نهۆمان	بلنداهی ب (مەتران)	بلنداهی ب پییان	سالا دروستکرنێ
بۆرجێ سیزر	وەلاتێن ئێکگرتی	108	527	1 729	1974
تایبیە101	تایوان	101	509	1 670	2003
مەلبەندێ دارایێ جیهانێ	شانگهای – چین	101	492	1 614	2008
جون هانکوك	وەلاتێن ئێکگرتی	100	457	1 500	1969
هەردوو برجێن چێمك	مالیزیا	88	452	1 483	1998
ئەمپایر ستایت	نیویورك	102	449	1 472	1931
مەلبەندێ دارایێ جیهانێ	هونگ كۆك	88	415	1 362	2003
جین ماو	شانگهای – چین	88	421	1 381	1998
ناتجینغ	شانگهای – چین	89	450	1 476	2009
بۆرجێ دوبەی	دوبەی	162	818	2 684	2009

1 خالێن روونكرنێ دروستبكە، پەیوەندیێ دیاربكەت لناڤبەرا ژمارا نهۆمان (گۆڕاوێ سەربەخۆ) وبلنداهیێ ب مەتران. هندەك خالێن دی یێن روونكرنێ دروستبكە پەیوەندیێ لناڤبەرا ژمارا نهۆمان (گۆڕاوێ سەربەخو) و بلنداهیێ ب پێیان بنوێنت. خالێن روونكرنێ یێن سیێێ دروستبكە، پەیوەندیێ دیاربكەت لناڤبەرا سالا دروستكرنێ (گۆڕاوێ سەربەخو) و بلنداهیێ ب مەتران.

2 راستەیێ بكاربینە، و باشترین راستەهێلێ نواندنێ ل دووڤ بوجوونێن خو بكێشە بو هەموو خالێن روونكرنێ. هاوكێشەیا وی راستەهێلی دیاربكە، و وێنەبكە.

3 بژمێرا روونكرنێ بكاربینە بۆ هەژمارتنا هاوكێشا راستەهێلێ باشترین نواندن، بۆ هەر پەیوەندیەكێ و هاوكۆلكێ پەیوەست. «پێكڤە گرێدانێ» هێژا پێكڤە گرێدانا هیلی لناڤبەرا هەردوو گۆڕاوان دیاربكە ل هەر حالەتەكی.

4 راستەهێلێ باشترین نواندن بكاربینە بۆ هەژمارتنا بلنداهیا بۆرجەكی ب پێیان هەكەر 95 نهۆم هەبن.

5 راستەهێلی باشترین نواندن بكاربینە بۆ هەژمارتنا بلنداهیا بۆرجەكێ ب مەتران هەكەر 95 نهۆمە هەبن.

6 پشت بەستن ب نموونەیا تەدیتی، تو پێشبینی دكەی ل چ سال بورجەكێ بلنداهیا وێ $1000\,m$ دێ تەمام بیت؟روونبكە هەكەر نموونەیا سێیێ یا هوور بیت.

پرۆژە

بەشێ 3

جیهانا تەكنۆلۆژیا

چالاكی 1 : پێشكەفتنا تەكنۆلۆژیا

چێدبیت ڕێزكری بكاربێن وەك ئامیرەكی كاریگەر بۆ ڕێكخستنا پێداییان و چارەسەریا وان.

1 ڕاپرسینەكێ ل گەل 3 هەڤالێن خو دناڤ پۆلێدا ئەنجام بدە، لسەر ژمارا كاسێتێن مۆزیكێ *CD* یێ و ژمارا سیدیێن ڤیدیویێ كو ئەوی و خوشك و برایێن وێ هەنە. ڤان پێداییان درێزكرییەكێدا ڕێزبكە.

ڕێزكریێ *A*

	ڤیدێو	*CD*	مۆزیكێ
قوتابی 1			
قوتابی 2			
قوتابی 3			

2 پرسیارێ بكە لسەر ناڤەندێ بهایێ هەر كاسێتەكا مۆزیكی و سیدیێ و ڤدیویێ و داشكاندنێن لسەر وان هاتینەكرن. ئەڤان بهایان دستوونا ئێكێدا ل ڕەخێ چەپێ ل ڕێزكریێ *B* تۆماربكە.

ڕێزكریێ *B*

	داشكاندن	بها
موزیك		
CD		
ڤیدیو		

3 ڕێزكریێ *B* تەمامبكە ب تومارکرنا بەهایێن داشكاندنێ بۆ هەر كۆژمەكی دستوونا دوویێدا.

4 ڕێزكریێ *AB* بهەژمێرە. هەر ڕێزەكێ و هەر ستوونەكێ ل ڤی ڕێزكریی ناڤبكە. ڕوونبكە هەر دانەیەكی ڕێزكری دەربڕینا چ دكەت.

پرۆژە

بەشێ 3

جیهانا تەکنۆلۆژیا [پاشکۆ]

چالاکی 2 : گەهاندن

کۆمپانییێن راگەهاندنێ هەول ددەن پترترین پشکدار هەبن، دا پترترین قازانج بدەست بکەڤت. کۆمپانییێن مەزن ب رێکێن کەنالێن ئەسمانی و ئەنتەرنیتێ خزمەت گۆزارییێن پێدڤی ب تەلەفۆن و تەلەفزیۆنێ بۆ پشکداران دابیندکەن.

1 ژ دەوروبەرێ خۆ ناڤەندێ بهایێن پشکداریا هەیڤانە بزانە ل خزمەت گۆزاریا مۆبایلێ، کەنالێن ئەسمانی، ئەنتەرنێتێ.

2 خشتەیێ ل خوارێ داهاتێن 3 کۆمپانیان و رێژیا سەدی دیاردکەت بۆ پشکدارێن هەر ئێکێ ژوان ل هەر خزمەت گۆزاریەکێ ل باژێرەکی مەزن، [ئەو هەرسێ کۆمپانیە هەموو پشکدارێن ئەوی باژێری بخۆڤەناگرن]. سیستەمەکی هاوکێشەیێن هێلی بۆ دیارکرنا ژمارا هەموو پشکدارێن هەر خزمەت گۆزاریەکێ بنڤیسە. بکارئینانا خشتە و بهایێن بدەست تە کەفتین ل پرسیارا پێشتر.

	داهاتێن هەیڤانە (دینار)	کەنالێن ئەسمانی %	مۆبایل %	ئینتەرنێت %
کۆمپانیا (1)ێ	1 042 200 000	18	42	17
کۆمپانیا (2)ێ	552 200 000	10	18	30
کۆمپانیا (3)ێ	552 200 000	45	7	25

3 سیستەمێ پشتر شیکاربکە بۆ هەژمارتنا ژمارا پشکدارێن ل هەر خزمەت گۆزارەکێ.

4 وەسا چاڤەرێنە، کو ل سالێن ئایندەیێن نێزیك، ژمارا پشکداران ل خزمەت گۆزاریا کەنالێن ئەسمانی زێدەبیت ب رێژەیا 15%، و ل موبایلی ب رێژەیا 5% و ل ئینتەرنیتێ ب رێژەیا 22% . کاریگەریا ڤان زێدەبوونان لسەر داهاتین هەر ئێکێ ژ ئەڤان هەرسێ کۆمپانیان چەندە؟ بەرسڤا خو روونبکە.

ناڤ ______________________ بەروار ______________ هۆبە ____________________

پرۆژە

بەشێ 4

د کڤانەیدا بهەژمێرە

چالاکی 1 : ڤەدیتنا کڤانەی

کڤانێ دەروازەیێ بـاژێری سانت لویس ل ئەمریکا بلندترین شویندارە ل ولایەتێن ئێکگرتی. ئەڤی کڤانەی شێوێ چەماوەیەکی هەیە. وەکو چەماوەیێ برگەیی هـاوتایە. دبێژنە ئەڤی جۆری چەماوەیی زنجیرەیی Catenary چونکی شێوەیێ وی وەك شیوێ زنجیرەکا شۆربووە. شێوەیێ گشتی بۆ هـاوکێشەیا ئەڤی جوری چەماوەیی ئەڤەیە:

$$y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right) \text{ و } a\neq 0$$

1 هـاوکێشەیا چەماوەیێ زنجیری بنڤیسە هەکەر $a=2$.

____

2 خشتەیێ ل خوارێ تمامبکە، کو ڤەدگەڕێت بۆ نەخشەیا (1)ێ:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

3 تێبینیا چ دکەی لسەر بەهـایێن خشتەی؟ هـاوکێشەی بکاربینە بۆ روونکرنا هۆیێ ئەوێ تێبینیا تە کری؟

____

____

____

4 چەماوەیێ زنجیرەیی بکێشە هەکەر $a=2$ ، بەحسێ ئەوی چەماوەیی بکە.

____

____

5 چەماوەیێ زنجیری یێ بدەست تە کەفتی وەك چەماوەیێ برگەیێ هـاوتایە. هـاوکێشا وی برگەیێ هـاوتا کو وەك وێ بنڤیسە. ____

6 بەراوردیێ بکە لناڤبەرا چەماوەیێ زنجیری و برگەیێ هـاوتا ئەوێ تە هـاوکێشەیا وی نڤیسی.

____

____

ناڤ ______________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

پرۆژە

بەشێ **4**

دکڤانەکیدا بهەژمێرە (پاشکۆ)

چالاکی 2 : دەربارەی چەماوەییێ زنجیرەیی

شێوەیێ چەماوەییێ تە ل چالاکیا ئێکێ وێنەکری وەك کڤانێ دەروازەیەکی بەروڤاژیا. تو دکاری جهگۆهۆرکیان بکاربینی بۆ دەستکەفتنا وێنەیەکی گەلەك نێزیك بۆ وێنی کڤانێ وی دەروازەیی.

1 چەوا هاوکشەیا چەماوەییێ زنجیرەیی د گۆهۆری بۆ بەرۆڤاژیکرنا کڤانەی؟ چەماوەییێ نەخشەیا پەیدابووی وێنەبکە بۆ ساخکرنا کاریێ خۆ.

____

2 بلنداهیا کڤانێ دەروازەیی 630 پێیە. نەخشەیا $y = 2x - \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$ بکاربینە بۆ دروستکرنا سامپلەکێ بۆ کڤانێ دەروازەیەکی ئێکودووبڕینا وی یا ستوونی 630 پێ بیت. کیژ جۆرێ جهگۆهۆرکیان تە بکارئینە؟ ئەرێ ئەو سامپلێ نەخشەی د گونجیت ل گەل کڤانێ دەروازێ باژێرێ سانت لویس؟ بۆچوونێن خۆ روونبکە.

____

3 بلنداهیا کڤانێ دەروازەیێ باژرێ سان لویس 630 پێیە. و پانیا بنکێ وی دبیتە 630 پێ. ئەرێ ئەو سامپلێ نەخشەی دگونجیت ل گەل کڤانێ دەروازەیێ باژێری سانت لویس؟ بۆچوونێن خو رۆنبکە.

____

____

____

ناڤ ________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

بەشێ 5

پڕۆژە

پاشەڕۆیێن بۆشایێ

چالاکی 1 : پارچەییێن ڕۆکێتان

ژ دەمێ هەلدانا ئێکەمین هەیڤا دەستگرد سبۆنتیك (*Spotnik*) بۆ ئەسمانی ل سالا 1957 و هەتا نوکە ب هزاران تەن ل بۆشایێ ژ دەرڤە هاتنە بجهـ هێلان ژ لایێ وان ڕۆکێتێن هاتینە بکارئینان بۆ هەلدانا ڤان هەیڤێن دەستگرد د وان گەشتاندا. ئەوێن دبوارێ بۆشایێ ئەسمانیدا کاردکەن پێدڤیاتی ب پێداییێن وان تەنین ل دۆر ئەردی زڤڕن هەنە، بۆ دیارکرنا مەترسییێن لێکدانان د گەشتێن داهاتیدا. بۆ نموونە، خشتەیێ ل خوارێ ژمارا ڤان تەنێن هاتینە خەملاندن ل ناڤبەرا 1965 و 1995 کو هەر پێنچ سالان جارەکێ هاتینە خەملاندن. دیاردکەت.

سال	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
ژمارا تەنان	175	350	525	700	875	1050	1225

1 کیژ جورێ نەخشەیان چێدبیت بکاربیت بۆ دروستکرنا نموونەکێ (سامپلەکی) بۆ پێداییێن خشتەی؟
بەرسڤا خو ڕۆنبکە. ______________________________

2 نەخشەکێ بنڤیسە کو ببیتە نموونەیەك بۆ ڤان پێداییان. سالان بکاربینە وەك گۆڕاوێ سەربەخۆ کو $x = 0$ سالا 1965 و $x = 5$ سالا 1970 بنوێنت و هەروەسا. ______________________________

3 وەسفەکێ بنڤیسە لسەر دەربڕینا ئەڤێ سامپلێ، و چەماوەی بکێشە.

4 ئەڤێ سامپلێ بکاربینە بۆ خەملاندنا ژمارا تەنان ل ئەسمانی ل سالا 2020 .

چالاکی 2 : سەچمێن ڕۆکێتان

خشتەیێ ل خوارێ پێداییان ب ژمارەیێن خەملاندی بۆ سەچمێن ڕۆکێتێن دبۆشایێ ئەسمانیدا دزڤڕن دیاردکەت. ل ناڤبەرا سالا 1965 هەتا 1995 کو هەر پێنچ سالان جارەکێ هاتینە خەملاندن.

سال	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
ژمارا سەچمان	900	1850	2250	2600	3200	2900	3300

1 خالێن روونکرنێ دیاربکە پێداییێن خشتەی بنوێنن. سالان وەك گۆڕاوێ سەربەخۆ بکاربینە ($x = 0$ سالا 1965 دنوێنت) و ژمارا سەچمان وەك گۆڕاوی بەستراو [پشت بەست].

2 بژمێرا روونکرنێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا نموونەکا هێلی و نموونەکا دووجای و نموونەکا سێجای و نموونەکا توانی بۆ پێداییێن خشتەی.

3 ل دووڤ بۆچوونا تە کیژ نموونە دروستتر دیاردبیت؟ بەرسڤا خۆ روونبکە.

4 ئەوێ نموونەیا ژمارا سەچمان گەلەك بنێزیکی دیاردکەت بکاربینە بۆ خەملاندنا ژمارا سەچمان ل سالا 2020 ؟

ناڤ ______ بەروار ______ هۆبە ______

بەشێ **6**

پرۆژە

لاکێشەیێن زێرین

چالاکی 1 : رێژەیا زێرین

ئێك ل دووڤ ئێکا فیبوناتشی *Fibonacci* ب پەیوەندیەکا گرنگ یا گرێدایيە ل گەل هەر ئێکێ ژ هونەر و تەلارسازیێ، دبێژنێ رێژەیا زێرین.

1 ئێك ل دووڤ ئێکا فیبوناتشی، ئێك ل دووڤ ئێکەکە ڕادێ وێ یێ ئێکێ و دووێ یەکسانە ب 1 ، و هەر رادەیەکی وێ یی دی دەستپێکرن ژ رادەیێ سیێ یەکسانە سەرجەمێ هەر دوو ڕادەیێن پێشتر. دووازدە ڕادین ئێکی یێن ڤێ ئێك ل دووڤ ئێکێ بنڤیسە.

2 دەستپێکرن ب رادێ پێنجێ، رێژا هەر رادەکی بۆ ڕادێ پێشتر بهەژمێرە، بەرسڤێ بۆ نێزیکترین بەش ژ هزاری نێزیکبکە.

$\frac{144}{89} \approx$ $\frac{89}{55} \approx$ $\frac{55}{34} \approx$ $\frac{34}{21} \approx$ $\frac{21}{13} \approx$ $\frac{13}{8} \approx$ $\frac{8}{5} \approx$

3 دەستەواژەیەکێ بنڤیسە بەحسێ ئەڤێ رێژێ بکەت.

چالاکی 2 : لاکێشەیا زێرین

1 رێژەیا زێرین ل ئەندازێ و هونەری و تالارسازیێ دیاردبیت. چارگۆشەیا $ABCD$ لسەر کاغەزێ وینەبکە، ناڤەراستا $\overline{AB}$ دیاربکە و ناڤێ وێ بکە E ، ناڤبەرا هەردوو خالێن E و C ب پارچەراستەهێلەکی خالدار بگەهینە، هەر وەکی دیار ل وێنەیێ بەرامبەر. پرگالی ب درێژیا $\overline{EC}$ ڤەکە و بکاربینە بۆ وێنەکرنا $\overline{EF}$. راستەهێلەکێ تەریب بۆ راستەهێلی AD بکێشە و دخالا Fرا ببۆریت، راستەهێلی $\overline{DC}$ لسەر راستیا وی درێژبکە هەتا بگەهیتە راستەهێلی پیشتر و ناڤێ خالا ئێکودووبرینا وان دانە G . لاکێشەیا $AFGD$ ب دەست تە کەفت.

2 پیڤانێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا ئەڤان هەردوو رێژەیێن ل خوارێ، بەرسڤێ بۆ نێزیکترین بەش ژ هزارێ نێزیکبکە.

$\frac{BC}{BF} \approx$ $\frac{AF}{AD} \approx$

3 لاکێشەیا زێرین ئەو لاکێشەیە کو رێژا درێژیا لایێ درێژتر بۆ لایێ کورت یەکسانە رێژەیا زێرین. لاکێشەیێن زێرین ل وێنەیی هاتیە دروستکرن کیژ وانن؟ (هاریکاری: پتر ژ لاکێشەیەکا زێرین هەیە).

4 تابلۆیەکی هۆنەری دروستبکە بکێماسی سێ لاکێشەیێن زێرین تیدا هەبن.

ناف ________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

بەشێ 7

پرۆژە

جالجالۆکا زڤرۆك

چالاکی 1 : جالجالوکا زڤرۆك

ل دەمێ پایسکلەك لسەر رێیەکی دچیت، جالجالۆکەك ب تایرێ وێڤە هاتە نووسان. لێکۆلینێ لسەر رێرەوێ جالجالۆکێ بکە، هەر وەسا لێکۆلینێ بکە لسەر پەیوەندیا لناڤبەرا رێکێ و گۆشەیا زڤراندنا تایرێ ل دەمێ تایر بەرەڤ پێش دچیت.

1 وێنەیێ بەرامبەر، جهێ بنەڕەت بۆ جالجالۆکێ دیاردکەت، و جهێ وێ پشتی تایرە 45^o زڤری. هەکەر نیڤتیرێ تایرێ ئێك پێ بیت. دووریا تایر دبڕیت چەندە هەکەر 45^o بزڤڕیت.

2 تایری و جالجالۆکێ وێنەبکە بۆ دیارکرنا جهان. دەمێ تایر 45^o دزڤڕت هەتا تایر خۆلەکەکا تەمام دروست دکەت.

3 ناڤبەرا جهێن جالجالوکی ب چەماوەیەکی گونجای بگەهینە.

4 شێوێ ئەوی چەماوەیی هاتە وێنەکر چییە؟

چالاکی 2 : یاسایا مۆری Morrie

ژ هاوئەنجامێن سێگۆشەی، هاوئەنجامەك هەیە و دبێژنێ یاسایا موری *Morrie* ئەڤ ناڤە زانایێ فیزیایێ ریتشارد ڤیمان *Richard Feynman* دانایە سەر ڤێ هاوئەنجامێ، کو زارۆکەکی هزرکار بناڤێ موریێ جاکویس *Morrie Jacobs* بەحسێ ئەڤێ هاوئەنجامێ کربوو.

1 دەقێ یاسایا مۆری ئەڤەیە $(\cos 20^o)(\cos 40^o)(\cos 80^o) = \frac{1}{8}$. بژمێرێ بکاربینە بۆ ساخکرنا ئەڤێ پەیوەندییێ.

2 هەروەسا بژمێرێ بکاربینە بۆ ساخکرنا $(\cos 30^o)(\cos 60^o)(\cos 120^o) = \frac{1}{12}$، کارێ خو رۆنبکە.

3 دەقێ یاسایا موری ئەڤەیە $8(\cos a)(\cos 2a)(\cos 4a) = \frac{\sin 8a}{\sin a}$ دروستیا ڤێ یاسایی ساخبکە هەکەر $a = 20^o$.

4 هاوئەنجامێ بسەلمینە $8(\cos a)(\cos 2a)(\cos 4a) = \frac{\sin 8a}{\sin a}$ (هاریکاری: لایێ راستێ چەند جاران بگۆهۆرە بکارئینانا هاوئەنجامێن دوو جارانی گۆشەیێ بۆ یاسایا sın).

ناڤ ـــــــــــــــــــ بەروار ـــــــــــــــــــ هۆبە ـــــــــــــــــــ

بەشێ 1

بەرسڤێن پرۆژەی

تەنێن زێرین

چالاکی 1 : تەنێن ئەفلاتۆنی

کەرەستە و ئامیر: کارتۆن، مقەس، پەرێن پیڤەنووس.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن، راخستنا تەنێ ئەندازەی چییە، و چەوا تەنەکی ئەندازەی ژ راخستنا وی دروست دکەن.

باشترە قوتابی دەستپێبکەت ب راخستنێن شەشپالۆیی و هەرەم و لوولەکێ.

بەرفرەهکرن: بێژە قوتابیان کو ژمارا تەنێن ئەفلاتۆنی (5) تەنن. قوتابیان هانبدە بۆ دیارکرنا چوار تەنێن دی.

بەرسڤ: کارێ قوتابیان ساخبکە ب بەراوردکرنا وی ل گەل ئەڤێ دووازدە روویێ ل خوارێ.

چالاکی 2 : تەنێن ئەرخەمیدس

کەرەستە و ئامیر: کارتۆن، مقەس، پەرکێن پێڤەنووس، لما هویر، لوولەك.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی هەژمارتنا رووبەرێ شەشلا و پێنجلایێ بزانن.

بەرفرەهکرن: بێژە قوتابیان کو ژمارا تەنێن ئەرخەمیدس (13) تەنن، قوتابیان هانبدە بۆ دیارکرنا تەنێن ئەرخەمیدس یێن دی.

بەرسڤ:

1 کارێ قوتابیان ساخبکە، دڤێت ئەو تەنێ قوتابیان دروستکری لسەر شێوەیێ تەپا پێ بیت.

2 شەشلا و پێنجلا.

3 دوو شەشلا و پێنجلایەك.

4 کارێ قوتابیان ساخبکە.

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ 2

ل بلنداهیا ئەسمانی

چالاکی 1 : نهۆم نهۆم

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا رونکرنێ.

پێشینەیا بیرکاریێ: دڤێت قوتابی نواندنا پێداییێن خشتەی ب خالێن رونکرنێ بزانن، و چەوا سامپلەکی بیرکاریێ بۆ نواندنا کۆمەلا پێداییان دیاردکەن.

بەرسڤ: کارێ قوتابیان ساخبکە.

بەرسڤێن پێشبینکری

1 بەلێ پەیوەندییەکا هێلی هەیە لناڤبەرا ژمارا نهۆمێن تەوەری (بورج) و بلنداهیا وی. بلنداهیا بورجێ ب رێژەیەکا نەگۆڕ زێدە دبیت، ئەو بلنداهیا نهۆمێیە. هەر چەند ژمارا نهۆمان زێدە ببیت نهۆم ب نهۆم، بلنداهیا وی بورجی زێدەدبیت.

2 لارێ نەخشەیا هێلی، ئەوا بلنداهیا بۆرجی پێ ژمارا نهۆمێن وی دنوێنیت ل دووڤ پێداییێن هەردوو بورجان ئەڤەیە:
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{818 - 452}{162 - 88} = \frac{183}{37} \approx 4.95$$

لێ ئێکودووبرینا ستوونی b: ب رێیا نڤیسینا ئێکی ژ هەردوو بورجان پاسەدانا سامپلی دکەت و دهێتە دیارکرن.
$$b = y_1 - mx_1 = 452 - 4.95 \times 88 = 16.4$$

سامپلی هێلی ئەڤەیە $f(x) = 4.95x + 16.4$

د ئەڤێ سامپلێ دا لاری ناڤەندێ بلنداهیا نهۆمەکێ دنوێنیت لێ ئکودووبڕینا ستوونی b، بلنداهیا بەری نهۆما ئێکی ل بورجی دنوێنیت.

بەلێ ئێکودووبڕینا ستوونی b رامان هەیە د ژیانا رۆژانەدا، چونکی ئەو بلنداهیا ل پێش نهۆما ئێکێ ل بورجی دیاردکەت.

3 بلنداهیا بورجەکی 140 نهۆمە ل دووڤ ئەڤێ سامپلێ دبیتە 709m بنێزیکی. $f(140) = 4.95 \times 140 + 16.4 \approx 709$

بۆ خەملاندنا ژمارا نهۆمێن بورجەکی هەکەر بلنداهیا وی 700m بیت، دڤێت ئەڤێ هاوکێشەیێ شیکاربکەین $700 = 4.95x + 16.4$ بەرسڤ ئەڤەیە: 138 نهۆم بنێزیکی.

4 هەکەر ئالوگۆرێ لناڤبەرا هەردوو گۆراوێن سەربەست و بەستراو بکەین، ئەڤ سامپلێ ل خوارێ ب دەست مە دکەڤیت:
$$g(x) = \frac{1}{4.95}(x - 16.4) \approx 0.2x - 3.31$$

ئەڤە ژمارا نهۆمێن بورجی دیاردکەت ل دووڤ بلنداهیا وی.

لاری د ئەڤێ سامپلێدا ئەوی بەشێ بەرامبەر بلنداهیا ئێک مەترێ بۆرجی دنوینیت. لێ ئێکودووبڕینا ستوونی بلنداهیا بورجێ دنوێنیت هەکەر هەموو نهۆمێن وی لا بدەن.

هەکەر مە بڤێت سامپلێ دووێ بکاربینین بۆ دیارکرنا ژمارا نهۆمان ل بورجەکی بلنداهیا وی 700 m ، دڤێت $g(700)$ بهەژمێرین. $g(700) \approx 0.2 \times 700 - 3.31 \approx 137$

ئەڤ بەرسڤە یا جیاوزە ژ بەرسڤا پرسیارا (3) ێ، کو سامپلی ئێکێ هاتبوو بکارئینان. جیاوازی لناڤبەرا هەردوو بەرسڤان ئێك نهۆمە. ئەگەرێ ئەڤێ جیاوازیێ چونکی هەژمارتنێن مە بنێزیککرنێ بوون. کو ئەڤە رێددەن هەموو ئەو بەشێن هاتینە فەراموشکرن نهۆمەکێ پێکبینن. دڤێت ئەم بەرچاڤ وەربگریت کو هەموو ئەو سامپلێن بیرکاری ئەوێن دهێنە بکارئینان ل ژیانا رۆژانە سامپلێن نێزیککرینە دەمێ ئەم رەفتارێ ل گەل دکەین.

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

بەرسڤێن پۆژەی

بەشێ **2**

ل بلنداهیا ئەسمانی [پاشکۆ]

چالاکی 2 : نهۆم نهۆم

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا روونکرنێ، راستەکا رۆن.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی نواندنا پێدایێن خشتەی ب خالێن روونکرنێ بزانن، و چەوا سامپلەکی بیرکاری بۆ نواندنا کۆمەلا پێداییان دیاربکەن.

بەرسڤ: کارێ قوتابیان ساخبکە

بەرسڤا پێشبینکری

ناڤ ______________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

بەشێ 2

بەرسڤێن پرۆژەی

ل بلنداهیا ئەسمانی [پاشكو]

2 كارێ قوتابیان ساخبكە.

3 پەیوەندی ل ناڤبەرا ژمارا نهۆمان و بلنداهییێ ب مەتران $y = 5.22x - 37.44$ $r = 0.98$ پێكڤە گرێدانەكا [پەیوەستی] بهێزە.

پەیوەندی ل ناڤبەرا ژمارا نهۆمان و بلنداهییێ ب پێیان: $y = 17.14x - 123.26$ $r = 0.98$ پێكڤە گرێدانەكا بهێزە.

پەیوەندی ل ناڤبەرا سالا ئاڤاكرنێ و بلنداهییێ ب مەتران $y = 1.13x - 1748.79$ $r = 0.24$ پێكڤە گرێدانەكا لاوازە.

4 بلنداهیا بورجەكی ژ 95 نهۆمان پێكهاتبیت دبیتە 1505 m پێ بنێزیكی.

5 بلنداهیا بورجەكی ژ 95 نهۆمان پێكهاتبیت دبیتە 458 m بنێزیكی.

6 ل دووڤ سامپلێ سێ، ئەو بۆرجێ بلنداهیا وی $1\,000\,m$ ل سالا 2433 بنێزیكی دهێتە ئاڤاكرن. هوربینیا سامپلێ سێ یا لاوازە چونكی هاوكۆلكێ پێكڤەگرێدانێ گەلەكێ بچووكە.

بەشێ 3

بەرسڤێن پرۆژەی

جیهانا تەکنۆلۆژیا

چالاکی 1 : جیهانا تەکنولۆژیا

بەرسڤ: جۆرا و جۆرن

بەرسڤین پیشبینکری

1

(ڤیدیۆ CD کاسێت)

قوتابیێ (1)ێ
قوتابیێ (2)ێ
قوتابیێ (3)ێ

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 5 \\ 2 & 30 & 2 \\ 15 & 50 & 5 \end{bmatrix}$$

2

داشکاندن بها

کاسێت
CD
ڤیدیۆ

$$B = \begin{bmatrix} 2000 \\ 5000 \\ 15\,000 \end{bmatrix}$$

3

داشکاندن بها

کاسێت
CD
ڤیدیۆ

$$B = \begin{bmatrix} 2000 & 500 \\ 5000 & 1000 \\ 15\,000 & 3000 \end{bmatrix}$$

4

داشکاندن بها

قوتابیێ (1)ێ
قوتابیێ (2)ێ
قوتابیێ (3)ێ

$$AB = \begin{bmatrix} 195\,000 & 40\,000 \\ 184\,000 & 37\,000 \\ 355\,000 & 725\,000 \end{bmatrix}$$

هەر دانەیەکی ل ستوونا رەخێ چەپێ دەربڕینێ ژ سەرجەم بهایێ وان تشتێن ئەوی قوتابی کڕین دکەت کو بەرامبەری وێ ل رەخێ چەپێ. لێ هەر دانەیەکی ل ستوونا رەخێ راستێ بەرابەری وی دەربرینێ ژ سەرجەم داشکاندنێن بدەست کەفتی دکەت.
بۆ نموونە: بهایێ کڕیارا ئەوان تشتێن ئەوی قوتابی کڕین 000 195 دینارن و سەرجەمێ داشکاندنێ 04 000 دینارن.

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

بەرسڤێن بەشێ

بەشێ 3

جیهانا تەکنۆلۆژیا [پاشکۆ]

چالاکی 2 : گەهاندن

بەرسڤ: جۆرا و جۆرن.

بەرسڤێن پێشبینکری

1 تێکرایێ پشکداریێ ل موبایلێ: 75000 دینار .

تێکرایێ پشکداریێ ل ئینتەرنێتێ: 50000 دینار.

تێکرایێ پشکداریێ ل تەلەفزیۆنێ: 15000 دینار.

2 $\begin{bmatrix} 0.18 & 0.42 & 0.17 \\ 0.1 & 0.18 & 0.3 \\ 0.45 & 0.07 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,042\,200\,000 \\ 552\,200\,000 \\ 690\,300\,000 \end{bmatrix}$ S کەنالێن ئەسمانی دنوێنت، T موبایلێ و I ئینتەرنێتێ دنوینت.

یان
$$\begin{cases} (0.18S)(15\,000)+(0.42T)(75\,000)+(0.17I)(50\,000)=1\,042\,200\,000 \\ (0.1S)(15\,000)+(0.18T)(75\,000)+(0.3I)(50\,000)=552\,200\,000 \\ (0.45S)(15\,000)+(0.07T)(75\,000)+(0.25I)(50\,000)=690\,300\,000 \end{cases}$$

یان
$$\begin{cases} 2700S+31\,500T+8500I=1\,042\,200\,000 \\ 1500S+13\,500T+15\,000I=552\,200\,000 \\ 6750S+5250T+12\,500I=690\,300\,000 \end{cases}$$

3 ژمارا پشکداران ل خزمەت گۆزاریا تەلەفزیۆنێ $S = 70\,000$ بنێزیکی.

ژمارا پشکداران ل خزمەت گۆزاریا موبایلێ $T = 25\,200$

ژمارا پشکداران ل خزمەت گۆزاریا ئینتەرنیتێ $I = 7200$

4 دئایندەدا ژمارا پشکداران ل خزمەت گۆزاریا تەلەفزیۆنێ دێ بیتە $70\,000 \times 1.15 = 80\,500$ و ژمارا پشکداران ل خزمەت گوزاریا موبایلێ دێ بیتە $25\,200 \times 1.05 = 26\,460$ و ژمارا پشکداران ل خزمەت گوزاریا ئینتەرنێتێ دێ بیتە $7200 \times 1.22 = 8784$ بۆ دیارکرنا داهاتیێ نوو بۆ کۆمپانیان ئەڤێ بهەژمێرە:

$$\begin{bmatrix} 0.18\times 15\,000 & 0.42\times 75\,000 & 0.17\times 50\,000 \\ 0.1\times 15\,000 & 0.18\times 75\,000 & 0.3\times 50\,000 \\ 0.45\times 15\,000 & 0.07\times 75\,000 & 0.25\times 50\,000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 80\,500 \\ 26\,460 \\ 8784 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,125\,504\,000 \\ 609\,720\,000 \\ 792\,090\,000 \end{bmatrix}$$

دەستکەفتیێن نوو بۆ کۆمپانیان ئێك ل دووڤ ئێك دبنە 000 504 125 1 دینار 000 720 609 دینار 000 090 792 دینار.

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

بەشێ **4**

بەرسڤێن پرۆژەی

e دکڤانەکێدا بهەژمێرە

چالاکی 1 : کڤانەی دیاربکە.

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا روونکرنێ یان پەرێن روونکرنێ [بەیانی].

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا بەهایێ نەخشەیەکێ بهەژمێرن بەرامبەر بەهایەکی دیارکری بۆ گۆڕاوێ سەربەخۆ.

بەرفرەهکرن: بێژە قوتابیان کو ئەو نەخشەیا چەماوەیێ وێ زنجیرە، نەخشەیەکا ژ کۆمەلەکا نەخشەیان پێکدهێت، و قوتابی ل قوناغێن بلند دێ خوینت. و ئەو نەخشەیێن بڕگەیێ زیادن.

بەرسڤ:

1 $y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$

2

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4.70	3.09	2.26	2	2.26	3.09	4.71

3 بەهایێن نەخشەی دێ یەکسان بن بەرامبەر بەهایێن دژێ ئێکودوو بۆ گۆڕاوێ ئازاد. چونکی.

$f(x) = e^{\frac{-x}{2}} + e^{-\frac{-x}{2}} = e^{-\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{2}} = f(x)$.

4 ئەڤ چەماوە وەك چەماوەیێ نەخشەیا دووجایی دیاردبیت.

لێ لنك سەرێ ڤێ کێمتر ناڤچال دیاردبیت.

5 هاوکێشەیا بڕگەیێ هاوتا کو د خالێن $(-2, f(-2))$ $(0, f(0))$ $(2, f(2))$ را دبۆریت ئەڤەیە $y = 0.27x^2 + 2$.

6 هەردوو چەماوە بۆ بەهایێن x ل ماوەیێ $[-2,2]$ دێ جووت بن بنێزیکی.

و وەسا دیار دبیت کو بەهایێن نەخشەیا چەماوەیێ زنجیرەی مەزنترە ژ بەهایێن نەخشەیا دووجای، دەمێ x بەهایان وەردگریت ژ دەرڤەی ماوەیێ $[-2,2]$.

بەرسڤێن پڕۆژەی

بەشێ **4**

e دکڤانەکێدا بهەژمێرە [پاشکۆ]

چالاکی 2 : دەربارەی چەماوەیێ زنجیرەیی

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا روونکرنێ یان پەڕێن رونکرنێ [بەیانی].

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا نەخشەیەکێ دگۆهۆڕن ب جهگۆهۆرکەکا ئەندازەیی.

بەرسڤ

1 دێ راپم ب گۆهۆڕینا چەماوەی ب وێنەدانەوە ل دۆر تەوەرێ ئێکێ، و دێ راپم ب وێنەکرنا چەماوەیێ نەخشەیا $f(x)$ – .

2 ئێکودووبرینا ستوونی بۆ نەخشەیا $y = 1260 - 315\left(e^{\frac{x}{630}} + e^{-\frac{x}{630}}\right)$ دبیتە 630، من وێنەدانەوەیەك ل دۆر تەوەرێ ئێکێ بکارئینا، باشی راکێشانەك بۆ سەری ب بڕی 1260 .

3 نەخێر، چونکی دووری لناڤبەرا هەردوو خالێن ئێکودوو برینا چەماوەیی ل گەل تەوەرێ ئێکێ کو ئەو روویێ ئەردییە گەلەك مەزنترە ژ (603)ێ.

ناڤ______________________________ بەروار ______________ هۆبە ______________

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ 5

پاشماییێن بۆشاییێ

چالاکی 1 : سەچێن رۆکێتان

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا رووونکرنێ یان پەرێن رووونکرنێ [بەیانی].

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا سامپلەکی بیرکاری [یاسایەکا بیرکاری] بۆ نواندنا کومەلەکا پێداییان دیاربکەن.

بەرفرەهکرن: بێژە قوتابیان کو زێدەبوونا پاشماییان دبۆشاییێدا بوویە کێشەیەك رێ دگریت بۆ ئەنجامدانا گەشتان دبۆشاییێ ئەسمانیدا چونکی دەوردانا هەیڤێن دەستکرد دبۆشاییێدا تۆشی مەترسیان دبن.

بەرسڤ

1

سال	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
x	0	5	10	15	20	25	30
ژمارا پارچەیان x	175	350	525	700	875	1050	1225

چونکی جیاوازییێن بنەرەت یەکسانن، ڤێجا یاسایا هێلی یا گونجاییە.

2 $y = 35x + 175$

3 ژمارا پارچێن رۆکێتان ل سالا 1960 (سالا 0) 175 پارچەبوون، و ئەڤە زێدەبوو ب تێکراییێ 35 پارچان د سالەکێدا.

4 بەهایێ x ل سالا 2020 دبیتە 55 ، ژمارا پارچێن رۆکێتان دبۆشاییێدا ل سالا 2020 ل دووڤ ئەڤێ سامپلێ [یاسایێ] 2100 پارچەنە $(35 \times 55 + 175)$

ناڤ ________________ بەروار ____________ هۆبە ______________

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ 5

پاشمایێن بوشاییێ [پاشکۆ]

چالاکی 2 : سەچمێن رۆکێتان

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا روونکرنێ یان پەرێن روونکرنێ [بەیانی].

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا سامپلەکی بیرکاری [یاسایەکێ] بۆ نواندنا کومەلا پێدایان دیاربکەن.

بەرفرەهکرن: قوتابیان ئەگەهداربکە کو زێدەبونا پاشماییان دبوشاییێدا بوویە کێشەیەکا مەزن رێ دگریت بۆ ئەنجامدانا گەشتێن هەیڤێن دەستکرد دبوشاییێدا. چونکی دەوردانا هەیڤێن دەستکرد توشی مەترسیان دبن.

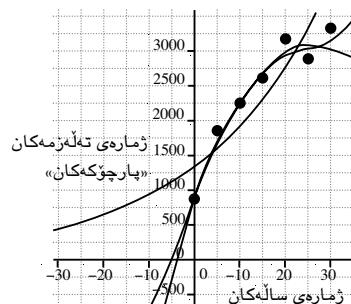
بەرسڤ

1

2 سامپلەکی هێلی [یاسایەکا هێلیێ]: $y = 73.21x + 1330.36$.

سامپلەکی دووجایی $y = -2.74x^2 + 155.36x + 988.10$.

سامپلەکی سێجایی $y = 0.09x^3 - 6.74x^2 + 199.8x + 921.43$.

سامپلەکی توانی $y = 1299.94(1.04)^x$.

3 وەسا دیاردبیت کو هەردوو سامپلێن دووجای و سێجای دگونجاینە، لێ باشترین سامپل، سامپلێ سێجاییە، چونکی ژمارا سەچمان بەردەوام دێ زێدەبن.

4 6496 سەچمە بنێزیکی.

ناڤ ________ بەروار ________ هۆبە ________

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ 6

لاکێشەیێن زێرین

چالاکی 1 : رێژەیا زێرین

کەرەستە و ئامیر: بژمێر.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابیان پێزانین هەبن لسەر ئێك ل دووڤ ئێکان، و چەوا رادەیێن ئێك ل دووڤ ئێکەکا پێناسەکری ب پێناسەکا نەدیار دهەژمیرن.

بەرسڤ

1 ئێکەمین رادەیێن ئێك ل دووڤ ئێکا فیبوناتشی ئەڤەنە ... 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,

2 $\frac{8}{5}\approx1.6$ ، $\frac{13}{8}\approx1.625$ ، $\frac{21}{13}\approx1.62$ ، $\frac{34}{21}\approx1.62$ ، $\frac{55}{34}\approx1.62$ ، $\frac{89}{55}\approx1.62$ ، $\frac{144}{89}\approx1.62$

3 ئەڤ رێژەنە یەکسانن بنێزیکی.

چالاکی 2 : لاکێشەیا زێرین.

کەرەستە و ئامیر: بژمیر، راستە، پرگال.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا شێوەیێن ئەندازەیی دروست بکەن.

بەرسڤ

1

2 $\frac{BC}{BF}=\frac{6}{3.71}\approx1.62$ ، $\frac{AF}{AD}=\frac{9.71}{6}\approx1.62$

3 هەردوو لاکێشە $AFGD$ و $BFGC$

4 بەرسڤا پێشبینکری

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ **7**

پالەوانیا تایران

چالاکی 1 : جالّجالوّکا زڤرۆك

کەرەستە و ئامیر: بژمێر.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا درێژیا کڤانەکی لسەر بازنەکێ بهەژمێرن، هەکەر درێژیا نیڤتیرێ بازنێ و پیڤانا چەقە گۆشەیا ب کڤانەی هاتیە سنووردان بزانن.

بەرسڤ

1 دەمێ 45^{o} بزڤرت، ئەو $\frac{1}{8}$ ێ خولەکی زڤرت ئانکو $\frac{\pi}{4}$ ، ژ ئەڤێ بۆ مە دیاردبیت کو ئەو دووراتیا تایری برێ دبیتە درێژیا کڤانەکی چەقە گۆشەیا وی $\frac{\pi}{4}$ رادیانە. ئەڤ درێژیا دبیتە $\frac{\pi}{4}$ پێ، چونکی نیڤتیرێ تایری ئێك پێیە.

2

3

4 رێرەوێ جالجالۆکێ وەك نیڤ برگەیی ناتەواو [نیڤ هێك] یە دیاردبیت.

ناڤ ______________ بەروار ______________ هۆبە ______________

بەرسڤێن پرۆژەی

بەشێ **7**

پالەوانێ تایران.

چالاکی 2 : یاسایا مۆری Morrie

کەرەستە و ئامیر: بژمێرا روونکرنێ.

پێشینەیا بیرکاری: دڤێت قوتابی بزانن چەوا بەهایێن رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەیەکێ بهەژمێرن بکارئینانا بژمێرەی.

و چەوا رێژەیێن سێگوشەی کورت دکەن بکارئینانا هاوئەنجامیت سیگوشەیی.

بەرسڤ

1

$(\cos 20^\circ) = 0.9\ 396\ 926\ 207\ 859$

$(\cos 40^\circ) = 0.766\ 044\ 443\ 119$

$(\cos 80^\circ) = 0.1736\ 481\ 776\ 669$

$(\cos 20^\circ)\ (c0s\ 40^\circ)\ (\cos 80^\circ) = 09\ 396\ 926\ 207\ 859 \text{ x } 0766\ 044\ 443\ 119 \text{ x } 01\ 736\ 491\ 776\ 669 = 0.125 = \frac{1}{8}$

2

$(\cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $(\cos 60^\circ) = \frac{1}{2}$ ، $(\cos 120^\circ) = -\frac{1}{2}$

$(\cos 30^\circ)(\cos 60^\circ)\ (\cos 120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \neq \frac{1}{12}$

پەیوەندیا $(\cos 120^\circ) = \frac{1}{12}$ $(\cos 60^\circ)$ $(\cos 30^\circ)$ نەیا دروستە.

3

هەکەر $a = 20^\circ$ دێ $\sin 8a = \sin a$ چونکی $\sin 160^\circ = \sin 20^\circ$ و ژ ئەڤێ بۆ مە دیاردبیت کو

$8(\cos a)(\cos 2a)(\cos 4a) = 8 \times \frac{1}{8} = 1 = \frac{\sin 8a}{\sin a}$

4

$$\frac{\sin 8a}{\sin a} = \frac{2\sin 4a \cos 4a}{\sin a} = \frac{2 \times 2 \sin 2a \cos 2a \cos 4a}{\sin a}$$
$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \sin a \cos a \cos 2a \cos 4a}{\sin a}$$
$$= 8 \cos a \cos 2a \cos 4a$$